Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ РАН
CENTRAL ECONOMICS AND MATHEMATICS INSTITUTE RAS

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯНАУК

RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

Е.Ю. Фаерман Н.А. Тарасова,
И.А. Васильева, К.А.Фонтана

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИНАНСИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНОЙ СФЕРЫ РФ И АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНОЙ ПОЛИТИКИ

Часть 4. Оценивание эффективности сценариев социальной политики

Препринт # WP/2018/326

Москва
ЦЭМИ РАН
2018

УДК 331:364:338.268:519.763
ББК 65в6:65.012.2:65.240
Ф15

Ф15 **Фаерман Е.Ю., Тарасова Н.А., Васильева И.А., Фонтана К.А.** Моделирование финансирования социальной сферы РФ и анализ социальной политики. Часть 4. Оценивание эффективности сценариев социальной политики [Текст] / Препринт # WP/2018/327. – М.: ЦЭМИ РАН, 2018. – 82 с. (Рус.)

Настоящий препринт содержит заключительную часть 4 описания многолетней работы большого коллектива в ЦЭМИ РАН по моделированию финансирования социальной сферы РФ, притом в расширенном понимании ‒с учетом финансовых связей с производством. Это описание, начатое в части 1 (Фаерман и др., 2015) экономическим обоснованием работы, было продолжено в части 2 (Тарасова и др., 2016) описанием реализации выдвинутых экономических положений в комплексной информационно-аналитической системе НДП («Население, доходы, потребление») на основе предложенной семиотической методологии. Полученные достоверные результаты моделирования использованы в части 3 (Тарасова и др., 2017) для оценки параметров социальной политики, динамика которых определяет характер индикаторов ее эффективности.

Данная часть 4 отражает вопросы экономического обоснования дальнейшей работы по оценке эффективности возможных альтернативных сценариев социальной политики с выбором соответствующих числовых индикаторов (индексов) для такой оценки.

Ключевые слова: моделирование финансирования социальной сферы, экономическое обоснование, распределения населения по доходам, индикаторы эффективности социальной политики, альтернативные сценарии социальной политики, оценка эффективности сценариев социальной политики.

JEL: B49, C00, C80, O17, J20.

Faerman E.Yu., Tarasova N.A., Vasilieva I.A., Fontana K.A. Simulation of the financing of the social sphere Russian Federation and social policy analysis. Part 4. Evaluation of the effectiveness of the scenarios social policy/ Working paper # WP/2017/327. – Moscow, CEMI RAS, 2018. – 82 p. (Rus.)

The present paper contains the concluding Part 4 of the description of years of work of a large team in CEMI RAS modeling support for the social sphere of the Russian Federation in an expanded conception of the relationships with the production. This description started in Part 1 (Faerman et al., 2015) the economic justification for the work was a continuation of Part 2 (Tarasova et al., 2016) with the description of the implementation put forward in the integrated information-analytical system PIC («Population, incomes, consumption») based on the proposed semiotic methodology. The relevant simulation results are used in Part 3 (Tarasova, etc., 2017) for the evaluation of social policy, the dynamics of which determines the nature of the indicators of its effectiveness. This Part 4 reflects the economic justification for further work to assess the effectiveness of possible alternative scenarios of social policy with selection of appropriate numeric indicators (indexes) for this assessment.

Keywords: modeling of social sector financing, economic justification, indicators of social policy effectiveness, alternative scenarios of the social policy, evaluation of efficiency of social policy scenarios.

JEL: B49, C00, C80, O17, J20.

УДК 331:364:338.268:519.763
ББК 65в6:65.012.2:65.240

ISBN 978-5-8211-0761-9

Оглавление. Часть 4 [1]

---

[1] В части 4 продолжается нумерация разд. 1–11 частей 1–3: разд.1–4 части 1 (Фаерман и др., 2015), разд. 5–7 и 8–11 части 2 и 3 (Тарасова и др., 2016, 2017).

ВВЕДЕНИЕ

Настоящий препринт завершает описание основного содержания продолжающейся и в настоящее время многолетней работы большого коллектива сотрудников ЦЭМИ РАН по моделированию финансирования социальной сферы РФ в расширенном ее понимании (т.е. с учетом соответствующих финансовых связей со сферой производства) и последующему анализу параметров социальной политики России.

Разделы 1–4 части 1 (Фаерман и др., 2015) были посвящены основному экономическому обоснованию работы. Разделы 5–7 части 2 (Тарасова и др., 2016) отражали предложенную семиотическую методологию обеспечения достоверности показателей и ее использование для формирования реализующей моделирование комплексной многоуровневой информационно-аналитической системы НДП («Население, доходы, потребление»), а также для решения ряда общеэкономических проблем. В разделах 8–11 части 3 (Тарасова и др., 2017) рассматривалось использование результатов такой реализации в последующих исследованиях при анализе параметров социальной политики для оценки их динамики, определяющей характер индикаторов ее эффективности (нередко – практической неэффективности).

Заключительная часть 4 в разделах 12–14 отражает вопросы экономического обоснования и направлений дальнейшей работы по возможным альтернативным сценариям социальной политики.

В разделе 12, кроме анализа действующего сценария социальной политики (начатого в части 3 анализом его параметров), отражены направления работы по оцениванию ее возможных сценариев, их числовых индикаторов. В разделе 13 эти вопросы и построение распределений населения по доходам рассматриваются в связи с методами измерения прогресса в социальном законодательстве и задачей определения семейной структуры населения. Наконец, в разделе 14 анализируются функции распределения населения по доходам и интегральные индексы неравномерности различных видов этих распределений, в том числе выбираемых в качестве эталона для сравнения. Приложения 1–2 содержат добавочные материалы к построению начального распределения населения и сбалансированного варианта его демо-экономической структуры.

В конце препринта приведен краткий перечень публикаций по рассматриваемой тематике.

12. ИНСТРУМЕНТЫ И СЦЕНАРИИ СОЦИАЛЬНОЙ ПОЛИТИКИ

12.1. Анализ возможных инструментов и сценариев социальной политики

Для анализа возможных инструментов и сценариев социальной политики, отраженных в табл. 12.1, рассмотрим их во взаимосвязи с этапами (*e*) формирования доходов населения – от (*e*) = 0 до (*e*) = 4 (см. графы 3–4 указанной таблицы) соответственно предложенной (и рассмотренной далее) концепции «*вертикали доходов»*. Первичные (активные, «заработанные») доходы населения (графа 3), трудовые и прочие активные (у нас называемые предпринимательскими), подвергаются существенным трансформациям (см. графу 5) под действием микросоциальных (внутрисемейных) и макросоциальных (межгрупповых) перераспределительных механизмов, экономические основания которых рассмотрены в части 1 работы (Фаерман и др., 2015). Ареной всех этих процессов являются семьи, поэтому полное описание их возможно только в терминах «экономики семей». Для построения такой теории необходимо, прежде всего, дать социально-демографическое описание и классификацию семей по соответствующим показателям. Для обеспечения корректности этих процессов нужен был предварительный переход от исходных (фигурирующих в госстатистике) семей к простым, т.е. «неделимым» при возможных переездах[2], что уже рассмотрено в части 2 (Тарасова и др., 2016).

В этих целях вначале, при переходе к простым семьям, было необходимо условиться о демографической характеристике семей: общему числу членов (размеру семьи) – основному демографическому параметру; числу активных (занятых) членов семьи; численности детей, пенсионеров и т.д. Затем дать классификацию их возможных социальных ролей (14), т.е. того социального статуса, который определяет природу получаемых тем или иным членом семьи доходов (трудовых, предпринимательских, разных видов социальных трансфертов). Далее для каждого размера семьи определить потенциально возможное число социально-демографических типов семьи (СДТС) как всевозможных комбинаций социальных ролей, исполняемых членами простой семьи. Наконец, следовало «актуализировать» такое множество СДТС, ограничившись обозримой ($\approx 10^2$) численностью типов, обладающих наибольшими оценочными вероятностями образования. Решению этих задач были посвящены предыдущие работы авторского коллектива, начиная с (Фаерман и др., 2000, 2003–2006; Тарасова и др., 2004).

---

[2] Основой такого перехода послужили многолетние фактические данные по получению жилья семьями «очередников», полученные от КМЖ г. Москвы.

Таблица 12.1

Возможные инструменты и сценарии социальной политики и этапы формирования доходов

Инструменты социальной политики	Индекс (g)	Этапы формирования доходов	Индекс (e)	Характер трансформации	Сценарий социальной политики[3] (G)	Алгоритм трансформации	Доходы на этапах для разных сценариев	Примечания
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Политика доходов	$g = 0$	Первичные (факторные) доходы. Восстановление и коррекция	$e = 0$	Для $G = 0$ за первичные доходы $\nu(0)$ берутся восстановленные их значения. Для $G = 1$ производится их корректировка ($\overset{1}{A}$)	Исходный (действ-й) $G = 0$	$\overset{0}{A}_{(l)} = \overset{0}{A}_{(0)}$	$\overset{0}{\nu}_{(0)} = \nu_{(0)} = \overset{0}{\nu}\,\overset{0}{A}_{(0)}$, $\overset{0}{A}_{(0)} = E$	$\overset{0}{\nu}_{(0)} = \nu_{(0)} = \left\{\overset{0}{\nu}{}^{t}_{\Phi l\theta j} \quad \forall \Phi l\theta j\right\}$ – восстановленные первичные доходы
					Альтернативный $G = 1$	$\overset{1}{A}_{(l)} = \overset{1}{A}_{(0)}$	$\overset{1}{\nu}_{(0)} = \overset{0}{\nu}\,\overset{0}{A}_{(0)}$	
Механизм социального страхования	$g = 1$	Доходы	$e = 1$	Доход = первичный доход – соц.налог + денежные соц. трансферты	$G = 0$	$\overset{0}{A}_{(l)} = \overset{0}{A}_{(1)}$	$\overset{0}{\nu}_{(1)} = \overset{0}{\nu}_{(0)}\,\overset{0}{A}_{(1)} = \nu$	$\nu = \left\{\nu^{t}_{\Phi l\theta j}\right\}$ – статистические данные и прогнозируемые доходы
					$G = 1$	$\overset{1}{A}_{(l)} = \overset{1}{A}_{(1)}$	$\overset{1}{\nu}_{(1)} = \overset{1}{\nu}_{(0)}\,\overset{1}{A}_{(1)}$	
Налогообложение физических лиц	$g = 2$	Чистые доходы	$e = 2$	Чистый доход = доход – – (подоходный) налог на физических лиц	$G = 0$	$\overset{0}{A}_{(l)} = \overset{0}{A}_{(2)}$	$\overset{0}{\nu}_{(2)} = \overset{0}{\nu}_{(1)}\,\overset{0}{A}_{(2)}$	
					$G = 1$	$\overset{1}{A}_{(l)} = \overset{1}{A}_{(2)}$	$\overset{1}{\nu}_{(2)} = \overset{1}{\nu}_{(1)}\,\overset{1}{A}_{(2)}$	
Коммерциализация социальных услуг (реформы ЖКХ и ССУ[4])	$g = 3$	Результирующие доходы	$e = 3$	Результирующий доход = чистый доход – ущерб от повышения соц. тарифов	$G = 0$	$\overset{0}{A}_{(l)} = \overset{0}{A}_{(3)}$	$\overset{0}{\nu}_{(3)} = \overset{0}{\nu}_{(2)}\,\overset{0}{A}_{(3)}$	Появление первичных доходов $\overset{0}{\nu}$
					$G = 1$	$\overset{1}{A}_{(l)} = \overset{1}{A}_{(3)}$	$\overset{1}{\nu}_{(3)} = \overset{1}{\nu}_{(2)}\,\overset{1}{A}_{(3)}$	
«Бесплатные» услуги и натуральные социальные трансферты	$g = 4$	Конечные доходы	$e = 4$	Конечный доход = результирующий доход + натуральные соц. трансферты	$G = 0$	$\overset{0}{A}_{(l)} = \overset{0}{A}_{(4)}$	$\overset{0}{\nu}_{(4)} = \overset{0}{\nu}_{(3)}\,\overset{0}{A}_{(4)}$	Конечный доход = Φ_{41} рассчитанному и рассмотренному доходу
					$G = 1$	$\overset{1}{A}_{(l)} = \overset{1}{A}_{(4)}$	$\overset{1}{\nu}_{(4)} = \overset{1}{\nu}_{(3)}\,\overset{1}{A}_{(4)}$	

[3] Здесь рассматривается один альтернативный сценарий (в принципе их может быть больше).
[4] ССУ – сектор социальных услуг.

После этого оставалось квантифицировать семейную структуру населения, то есть определить численности семей каждого СДТС в нем. Ясно, что семейная структура существенно зависит от уровня доходов рассматриваемого населения. Например, известно, что относительные численности малых семей увеличиваются по мере перехода к старшим («богатым») децилям, в то время как большие семьи (4–5 чел. и выше), наоборот, встречаются при этом все реже. Поэтому население старших децилей будет содержать больше «малых» семей и меньше «больших» семей сравнительно со средними, тем более низкими децилями. Точно так же семьи данного демографического состава, но с большим числом занятых, будут чаще встречаться в старших децилях и т.д.

Для более точной характеристики семейной структуры и одновременно – для выявления ее зависимости от уровня благосостояния (номера дециля), нужно осуществлять квантификацию семейной структуры не для всего населения, а для каждого дециля в отдельности и, в силу эволюции доходов, еще и для каждого года рассматриваемой перспективы. Поэтому решение задачи восстановления (квантификации) семейной структуры следует проводить применительно к частным «объемам» населения отдельного дециля в определенном году. Решение этой задачи осуществляется путем максимизации макровероятности (энтропии) семейной структуры данного объекта, используя критерий «массового поведения» при выборе возможных вариантов с соблюдением известных ограничений (задаваемых численностями социальных групп, их доходами, а также численностями семей каждого демографического состава). Все перечисленные ограничения также определены в указанных предыдущих разработках, посвященных построению социально-экономической структуры населения и его доходов в системе НДП. Функционал (энтропия) вычисляется на основании оценок вероятностей образования семей соответствующих СДТС (микровероятностей).

Таким образом, реализация задач восстановления семейной структуры населения применительно к каждому «объекту» (j, t), где j – индекс дециля; t – год рассматриваемого промежутка времени (как в базовой, так и в прогнозной его части), позволяет представить население каждого дециля $j=\overline{1,J}$, J = 10 для всех лет расчетного периода $t \in T$ в виде множества СДТС (θ_j^t), определенных по своим внутренним характеристикам:

- социальному профилю

$$L_\theta = \left(\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_{k^1}\right),\ k^1 \le k; \tag{12.1}$$

- социально-демографическому составу

$$M_\theta = \left(m_{\ell\theta}, \forall \ell \in L\right). \tag{12.2}$$

А также по численности соответствующих простых семей (внешним, или экстенсивным характеристикам)

$F_\theta, \ \forall\theta_j^t \in \theta_j^t$. (12.3)

В (12.1)–(12.3) предусматривается следующее:

- распределение F по децилям j в текущем году зависит от начального приближения, т.е. распределения в начальном году;
- k – демографический ранг (размер) семьи θ ($k = k_\theta = \sum_l m_{\ell\theta}$);
- L={ ℓ } – множество социальных ролей, исполняемых членами общества;
- L_θ – подмножество социальных ролей, исполняемых членами семьи θ;
- $k^1 = k_\theta^1$ – размер этого подмножества;
- $m_{\ell\theta} \in M_\theta$ – численность членов семьи θ, исполняющих роли ℓ, где ($m_{\ell\theta} \le k_\theta, \ \forall\ell \in L_\theta$).

Принадлежность семьи θ к некоторому децилю j в году t ($\theta \in \theta_j^t$) определяет совокупный доход $V_{\theta j}^t$ этой семьи:

$$V_{\theta j}^t = k_\theta \nu_j^t, \quad (12.4)$$

где ν_j^t – среднедушевой доход в дециле j. Прописные буквы V будут относиться к семейным, а строчные υ – к душевым доходам[5].

Далее, ранее было показано, что по известной социально-экономической структуре населения и его доходов ($N_{\ell j}^t, \ \nu_{\ell j}^t, \ \forall\ell \in L, \ j \in J, \ t \in T$), определенной, например, в (Фаерман и др., 2003), могут быть найдены личные доходы всех членов таких семей:

$$\nu_{\ell\theta j}^t = \nu_\ell^t(\theta_j^t), \ \ell \in L, \ \theta_j^t \in \theta_j^t, \quad (12.5)$$

а также их функциональные составляющие.

Именно:

- трудовые доходы $\nu_{\mathrm{T}\ell\theta j}^t = \nu_{\mathrm{T}\ell}^t(\theta_j^t), \ \forall\ell \in L_\mathrm{T}$, где L_T – множество социальных групп, входящих в социальный слой наемных работников;
- предпринимательские доходы $\nu_{\Pi\ell\theta j}^t = \nu_{\Pi\ell}^t(\theta_j^t), \ \forall\ell \in L_\Pi$, где L_Π – множество групп слоя предпринимателей;

---

5 Принимаем, что доход всех членов семьи после микросоциального (внутрисемейного) перераспределения устанавливаются строго на уровне среднедецильного дохода, а переход от дециля к децилю (по доходам) осуществляется скачком (от ν_j^t к ν_{j+1}^t). Так необходимо поступать, пока мы имеем дело с дискретными (подецильными) данными о доходах. При анализе трансформаций доходов можно освободиться от этого допущения.

• социальные трансферты (в денежной форме) $\nu_{S\ell\theta j} = \nu^t_{S\ell}(\theta^t_j),\ \forall\ell \in L_S$, где L_S – то же для слоя «трансфертников» (получателей социальных трансфертов, или социальных выплат).

Последние три равенства могут быть записаны также в общем виде:

$$\nu^t_{\Phi\ell\theta j} = \nu^t_{\Phi\ell}(\theta^t_j),\ \forall\ell \in L_\Phi,\ \text{где } \Phi = (\text{Т, П}, S). \tag{12.6}$$

До сих пор понятие дохода семьи (или ее членов) рассматривалось как нечто определенное. Характеристики доходов можно было расположить в одной (горизонтальной) плоскости – в той же, в которой располагались все типы семей: $\theta \in \theta^t_j$. Теперь мы должны выйти за пределы этой плоскости и рассмотреть *вертикали доходов*, расположенные ортогонально к плоскости (просто) доходов. Под вертикалью доходов для данной семьи понимаем последовательность этапов формирования личных и семейных доходов, отражающих трансформацию их под действием инструментов социальной политики (см. графы 3 и 5 табл. 12.1), а также – сами получающиеся при этом доходы. Будем рассматривать в целом 5 таких инструментов и соответственно 5 этапов формирования семейных доходов (см. графы 1–4 табл. 12.1).

Общее множество упомянутых выше доходов населения $\nu_{\Phi\ell}(\theta^t_j)$, Общее множество для действующего сценария мы теперь обозначим:

$$\overset{0}{\nu}{}^t = \overset{0}{\nu}{}^t_{(1)} = \left\{\nu^t_{(1)\Phi\ell\theta j},\ \forall\Phi, \ell, \theta, j, t\right\} = \left\{\nu^t_{(1)\Phi\ell},\ \forall\Phi, \ell, \theta, j, t\right\}. \tag{12.7}$$

Они в действительности формируются из первичных (трудовых и предпринимательских) доходов – их множество может быть обозначено как[6]:

$$\overset{0}{\nu}{}^t = \overset{0}{\nu}{}^t_{(0)} = \left\{\nu^t_{(0)\Phi\ell\theta j},\ \forall\Phi, \ell, \theta, j, t\right\} = \left\{\nu^t_{(0)\Phi\ell},\ \forall\Phi, \ell, \theta, j, t\right\}, \tag{12.8}$$

с помощью механизма социального страхования.

Он состоит в:

• изъятии определенного процента от первичных трудовых доходов в виде социального налога (позже называемого социальными отчислениями W_S) со ставкой $\overset{0}{\delta}$;

• формировании из этих налоговых поступлений фонда социального страхования;

• распределении средств из этого фонда по видам страхования и по лицам, нуждающимся в социальной защите (пенсионерам, безработным, детям и т.д.).

[6] Буква ν подчеркивает статистическую данность этой системы доходов, а $\nu_{(0)}$ – ее отображение на первичные доходы.

По данным о наблюдаемых трудовых доходах $\overset{0}{\nu}_{(1)\text{Т}\ell}(\theta_j^t)$ семей θ_j^t могут быть оценены первичные трудовые доходы $\overset{0}{\nu}_{(0)\text{Т}l}(\theta_j^t)$ семей. Действительно, по смыслу соотношения между $\overset{0}{\nu}_{(1)\text{Т}\ell}(\theta_j^t)$ и $\overset{0}{\nu}_{(0)\text{Т}\ell}(\theta_j^t)$ получаем

$$\overset{0}{\nu}_{(0)\text{Т}\ell}(\theta_j^t) - \delta\,\overset{0}{\nu}_{(0)\text{Т}\ell}(\theta_j^t) = \overset{0}{\nu}_{(1)\text{Т}\ell}(\theta_j^t),\ \ \forall \ell \in L_T \cap L_\theta ,$$

откуда первичные доходы:

$$\overset{0}{\nu}_{(0)\text{Т}\ell}(\theta_j^t) = \frac{1}{1-\overset{0}{\delta}}\,\overset{0}{\nu}_{(1)\text{Т}\ell}(\theta_j^t).$$

При этом величина соцналога $\overset{0}{w}_{T\ell}(\theta_j^t)$ с таких доходов составит: $\overset{0}{W}_{\text{Т}\ell}(\theta_j^t) = \overset{0}{\delta}\,\overset{0}{\nu}_{(0)\text{Т}\ell}(\theta_j^t) = \dfrac{\overset{0}{\delta}}{1-\overset{0}{\delta}}\,\overset{0}{\nu}_{(0)\text{Т}\ell}(\theta_j^t)$.

Предпринимательские доходы не участвуют в системе социального страхования, поэтому $\overset{0}{\nu}_{(0)\Pi\ell}(\theta_j^t) = \overset{0}{\nu}_{(1)\Pi\ell}(\theta_j^t),\ \ \forall \ell \in L_\Pi \cap L_\theta$.

Наконец, социальные трансферты $\nu_{S\ell}(\theta_j^t)$ появляются только в результате процессов перераспределения, а значит, среди первичных доходов $\overset{0}{\nu}_{(0)S\ell}(\theta_j^t)$ отсутствуют:

$$\overset{0}{\nu}_{(0)S\ell}(\theta_j^t) = 0,\ \ \forall \ell \in L_S \cap L_\theta = L_{S\theta}.$$

Здесь L_θ – социальный профиль семьи θ, а $L_\text{Т}$, L_Π и L_S – множества социальных групп слоев трудящихся, предпринимателей и «трансфертников». Таким образом, все первичные доходы $\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}(\theta_j^t)$ семей $\theta_j^t \in \theta_j^t$ могут быть «восстановлены» по данным о (просто) доходах $\overset{0}{\nu}_{(1)\Phi\ell}(\theta_j^t)$ этих семей.

Термин «социальное страхование» по отношению к рассмотренному этапу (*e*) = 1 (см. табл. 12.1) означает, что средства, с помощью которых оплачиваются «незаработанные» социальные блага, заимствуются из «заработанных», а точнее, заработанных наемным трудом. Поскольку активный, трудовой период составляет только часть жизненного цикла человека, за пределами которой находятся пред- и постактивный периоды (когда среднестатистический человек признается нетрудоспособным), то вполне естественно, что люди в активном периоде, занятые трудовой деятельностью, соглашаются направить часть заработанных средств на нужды воспитания детей, содержания пенсионеров, выплаты пособия временно безработным и т.п., т.е. на формирование таких ресурсов, в которых они сами нуждались, нуждаются или будут нуждаться. Иногда вообще стараются индивидуализировать пенсионные отчисления с тем, чтобы они – через корпорированный, правда, процесс накопления – попадали именно данному индивиду, когда он перейдет в старшие возрастные группы. Не будем сейчас интересоваться этим аспектом, полагая, что ставка соцналога $\overset{0}{\delta}$ и накапливаемая доля ψ_S^t фонда социальных трансфертов, которые фактически сложились, достаточны, чтобы компенсировать демографический дисбаланс между плательщиками соцналога и получателями социальных трансфертов. Расходуемый же фонд социальных трансфертов (равный по своей доле во всем фонде $(1 - \psi_S^t)$) должен быть достаточен (или дополнен государством) для покрытия всех видов денежной социальной поддержки населения, живущего в данный же период.

Восстановление первичных доходов и всего механизма социального страхования показательно для всего нашего подхода к моделированию перераспределительных механизмов в сфере доходов населения и анализу воздействия на них мер социальной политики. Этот подход можно охарактеризовать как алгоритмизацию социального законодательства, регулирующего (в каждом отдельном случае) какой-либо этап трансформации таких доходов – таким образом, чтобы социо-демо-экономическая (семейная) структура населения плюс параметры социальной политики, содержащиеся в соответствующем социальном законодательстве, позволяли чисто расчетным путем определить всю итоговую (для данного этапа трансформации) систему доходов семей и личных доходов их членов.

Можно проиллюстрировать эти отношения с помощью схемы, представленной на рис. 12.1.

Исходная (для этапа (*e*)) система доходов в разрезе социо-демо-экономической структуры населения: типов семей (СДТС); их социально-демографического состава и экономической принадлежности; актуализированного количества СДТС

↕

Алгоритмизированное социальное законодательство, регулирующее трансформацию доходов на данном этапе (*e*): социальный регламент этапа

↓

Конечная (для этапа (*e*)) система доходов, рассчитанная алгоритмически

Рис.12.1.Схема трансформации доходов для этапа (е) вертикали доходов

Алгоритмизация социального законодательства на рассмотренном этапе (*e*) = 1 имеет некоторую специфику, состоящую в том, что статистически данными являются именно доходы $\overset{0}{\nu}_{(1)\Phi\ell}(\theta_j^t)$, и потому для него необходим специфический (обратный) расчет первичных доходов $\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}(\theta_j^t)$. Но после того, как он осуществлен и первичные доходы $\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}(\theta_j^t)$ получены, можно представлять, что на самом деле трансформация идет именно от первичных доходов $\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}(\theta_j^t)$ к (просто) доходам $\overset{0}{\nu}_{(1)\Phi\ell}(\theta_j^t)$. Алгоритм этой трансформации определяется тем же социальным законодательством, которое использовано для «восстановления» первичных доходов $\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}(\theta_j^t)$. Этот алгоритм механизма социального страхования состоит в следующем:

а) все трудовые доходы облагаются «соцналогом» по единой ставке;

б) образующийся фонд социального страхования (ФСС) – за вычетом небольшого процента ψ_S^t на согласование демографической нагрузки на плательщиков соцналога со стороны получателей социальных трансфертов – распределяется между: видами социальных трансфертов, категориями получателей (прежде всего – по их экономической принадлежности) и СДТС. Ставка «соцналога» $\overset{0}{\delta}$ принималась равной 38,5% ранее, затем $\overset{0}{\delta}$=35,8. Если такой алгоритм программно реализован, то образуемый этой программой оператор $\overset{0}{A}_{(1)}$ и есть формальное представление трансформации доходов, свойственной этапу (e) = 1:

$$\left\{\overset{0}{\nu}_{(1)\Phi\ell}(\theta_j^t)\right\} = \left\{\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}(\theta_j^t)\right\}\overset{0}{A}_{(1)}. \tag{12.9}$$

В фактическом функционировании социально-экономической системы (СЭС), так сказать, экономическом бытии (онтологически), начисление первичных доходов $\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}(\theta_j^t)$, конечно, предшествует формированию (просто) доходов (которое включает в себя еще функционирование механизма социального страхования). И потому соотношение (12.9) отражает как раз этот фактический процесс трансформации первичных доходов в (просто) доходы с образованием целой системы социальных трансфертов. С точки же зрения расчетов, доходы являются (первичной) статистической данностью, и «восстановление» первичных доходов $\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi l}(\theta_j^t)$ должно основываться на обратном операторе

$$\overset{0}{A}_{(0)} = \overset{0}{A}{}_{(1)}^{-1} : \left\{\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}(\theta_j^t)\right\} = \left\{\overset{0}{\nu}_{(1)\Phi\ell}(\theta_j^t)\right\}\overset{0}{A}_{(0)} = \left\{\overset{0}{\nu}_{(1)\Phi\ell}(\theta_j^t)\,\overset{0}{A}{}_{(1)}^{-1}\right\}. \tag{12.10}$$

Но после этого формальное представление (онтологической) трансформации доходов этапа (e) = 1 дается выражением (12.9), и в таком качестве оно тождественно всем остальным этапам трансформационной вертикали:

$$\left\{\overset{0}{\nu}_{(e)\Phi\ell}(\theta_j^t)\right\} = \left\{\overset{0}{\nu}_{(e-1)\Phi\ell}(\theta_j^t)\right\}\overset{0}{A}_{(e)},\ \ e = \overline{1,4}. \tag{12.11}$$

Эта цепочка вычислений охватывает расчет доходов $\left\{\overset{0}{\nu}_{(e)\Phi\ell}(\theta_j^t)\right\}$ для всех $(e) = \overline{1,4}$ на основе первичной системы доходов $\left\{\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}(\theta_j^t)\right\}$. Сами же доходы $\overset{0}{\nu}_{(0)\Phi\ell}$ должны быть предварительно определены с помощью (12.11) по статистически данным доходам $\overset{0}{\nu}_{(1)\Phi\ell}(\theta_j^t)$.

Преобразования доходов включают:

- во-первых, методы реализации как «восстановительных» расчетов, так и получения прямого оператора $\overset{0}{A}_{(1)}$, формализующего трансформационные процессы этапа $(e) = 1$;
- во-вторых, другие механизмы социальной политики – налогообложение физических лиц; трансформацию доходов, связанную с коммерциализацией жилищно-коммунальных и некоторых других социальных услуг; проблему «бесплатных» социальных услуг и натуральных социальных трансфертов, которые можно интерпретировать как бюджетные добавки или дополнительные «фактические» доходы.

Все эти преобразования доходов, образующие трансформационную вертикаль, можно обозначать по характеру (исходных) формирующихся доходов (см. графу 5 в табл. 12.1). Так, разобранный этап $(e) = 1$ есть преобразование «*первичных*» доходов в (просто) «*доходы*»; $(e) = 2$ – «доходов» в «*чистые доходы*» (полученные после вычета налогов); $(e) = 3$ – «чистых доходов» в «*результирующие*» (образующиеся после повышения тарифов на услуги). Наконец, этап $(e) = 4$ соответствует формированию «*конечных доходов*», включающих денежную оценку «бесплатных» и «льготных» услуг.

На этой основе, используя «восстановленную» и спрогнозированную на перспективу семейную (социо-демо-экономическую) структуру населения и его доходов, а также привлекая данные о *социальном регламенте* законодательно установленных мер социальной политики (см. далее раздел 13.1), возможно развернуть вертикаль доходов, распространив данные о доходах семей на все ее этапы, т.е. найти «чистые», «результирующие» и «конечные» доходы для каждого СДТС. Привлечение данных о численностях соответствующих семей $F(\theta_j^t)$ дает при этом полную картину благосостояния населения в разрезе учитываемых типов простых семей $\theta \in \theta_j^t$, $j \in J, t \in T$.

Отметим значение решения такой задачи:

- это завершает прогнозно-аналитическую часть работы, давая искомую (социо-демо-экономическую) структуру населения (в «горизонтальной» плоскости) и исчерпывающую картину трансформации доходов каждого СДТС под влиянием действующего варианта (сценария) социальной политики (по «вертикали»);

- получаемое распределение населения по конечным доходам может быть принято за финальную характеристику эффективности социальной политики – при заданных темпах экономического роста. Все производные характеристики распределений, используемые для иллюстрации и сопоставления неравномерности доходов в разных странах (регионах и т.п.), например, рассмотренные далее доля бедного населения (а также доли обеспеченного и богатого населения), децильный коэффициент фондов (отношение доходов верхнего и нижнего децилей), коэффициент Джини (степень вогнутости кривой Лоренца), могут наиболее последовательным образом применяться, если за основу соответствующих показателей берутся именно *конечные доходы*, используемые непосредственно на потребление и сбережения;
- располагая социальным регламентом каждого этапа трансформации доходов, т.е. указанием на то, какие СДТС подвергаются вмешательству в их доходы, в каких направлениях и масштабах, с одной стороны, и к каким социально-экономическим последствиям это приводит, с другой, можно ставить вопрос об обоснованной критике действующего варианта социальной политики и разработке альтернативного варианта соответствующего этапа (с альтернативным *социальным регламентом*).

Методические вопросы построения альтернативных распределений доходов, формируемых на данном этапе трансформационной вертикали, отдельный вопрос. Если распределение строится для конечных доходов, методика построения и оценки альтернативных сценариев охватывает все частные варианты мер социальной политики и может служить для обоснования альтернативного сценария социальной политики в целом.

Весьма важным аспектом социально-экономической ситуации в РФ является наличие скрываемых доходов, как трудовых, так и предпринимательских (см. часть 2 (Тарасова и др., 2016)). Это сильно влияет на результативность фискальной политики, а следовательно, на возможность формирования фондов социального страхования и бюджетные поступления. Анализ социально-экономической ситуации, оценка эффективности альтернативных сценариев социальной политики, безусловно, были бы неполными без учета возможной (но пока нереализуемой) легализации таких доходов, как одного из факторов формирования альтернативного варианта социальной политики.

Описанные разработки открывают путь к анализу потребления и накопления, а также – их зависимости от принятого сценария социальной политики.

12.2. Критический анализ действовавшего сценария политики доходов и социального страхования

Выявление структуры первичных доходов семей на этапе (e) = 0 и порядка трансформации их в (просто) доходы с помощью системы социального страхования на этапе (e) = 1 имеет троякое значение:

- создает надежную базу для сравнения этого сценария с возможными альтернативными сценариями (подробнее см. ниже);
- благодаря восстановлению детальной структуры первичных и (просто) доходов, их функциональных пропорций, становится возможным провести межстрановые сопоставления положения дел в социальной области, определить отношение действующей (или действовавшей до недавнего времени) в РФ социальной политики к международным соглашениям (по линии ООН, ЕС и др.) в этой сфере. Это, в свою очередь, позволяет выявить дефекты такой политики, наметить пути их преодоления;
- поскольку само это преодоление чаще всего имеет характер направленной коррекции действующего сценария осуществления социальной политики, выявление не только принципов трансформации доходов на данном этапе, но и порождаемых ими распределений доходов значительно облегчает построение альтернативного сценария социальной политики на этом этапе.

Обращаясь теперь непосредственно к критическому анализу действовавшего в последние годы сценария распределения первичных доходов, социального страхования и характера распределения (просто) доходов, обратим главное внимание на следующие обстоятельства.

1. Функциональная структура первичных доходов резко перекошена в сторону капитала, оценка же труда соответственно занижена, о чем уже говорилось при макроэкономическом анализе соответствующих пропорций (начиная с (Фаерман и др., 2002) и до части 3 (Тарасова и др., 2017), во многом связанной с данным разделом). Напомним некоторые соответствующие данные (см. табл. 12.2). Если считать, что в развитых странах оценки труда и капитала соответствуют вкладу этих факторов в прирост ВВП, то политику доходов, проводимую в России в годы реформ, нельзя характеризовать иначе, как грабительскую по отношению к трудовым доходам. Например, «причитающиеся» трудящимся 84–86% (по «меркам», будем говорить, социального партнерства) сокращены здесь до 54%, т.е. более чем на 30% от этих «мерок».

2. Дифференциация населения по уровню благосостояния семей резко усилилась с началом реформ. Коэффициент фондов этого распределения (отношение доходов верхнего дециля к нижнему), находившийся в дореформенном периоде на уровне, близком к 4, подскочил до значений, по уточненным данным, свыше 32, что превышает дореформенные уровни в 8 с лишним раз. Усиление дифференциации должно бы

(по «мейнстримовской» идеологии) стимулировать вертикальную мобильность населения и тем способствовать экономическому росту. Но до начала текущего столетия экономический рост вообще не наблюдался. А в последующие годы, наконец, начался, но отнюдь не по причинам, связанным с усилением вертикальной мобильности.

Таблица 12.2

Функциональная структура первичных доходов в РФ и развитых странах

Страны		Трудовые доходы, %	Предпринимательские доходы, %
Россия	1999	66	34
	2005	54	46
США		84	16
Германия		86	14

3. Наиболее острое социальное последствие чрезмерной дифференциации – появление значительного слоя бедных (иногда, и бездомных) людей, в том числе молодежи. По принятым международным стандартам, к бедным следует отнести лиц с доходами ниже удвоенного российского прожиточного минимума. Численность таких лиц, или, в относительном выражении, масштаб бедности достигал в последнее десятилетие XX столетия 50% и выше. В первом десятилетии XXI в. он сократился, но все равно остается высоким. С этим связаны сокращение рождаемости и рост смертности, что привело к инверсии демографической ситуации в стране (превышению смертности над рождаемостью). В настоящее время приходится принимать специальные меры, стимулирующие рождаемость, но высокий процент бедности нельзя квалифицировать иначе, чем геноцид собственного народа.

4. Социальные преференции реформаторов, пожалуй, наиболее явно демонстрировались отношением к важнейшему инструменту регулирования доходов трудящихся (и по отношению к доходам собственников производства, и по отношению к прожиточному уровню) – минимальному размеру оплаты труда (МРОТ). МРОТ является важнейшей составляющей концепции социально гарантированного минимума как потребления семей, так и их жилищных и «экологических» условий жизни. Эта концепция, в свою очередь, служит базой организации системы социального контроля, социальной поддержки и социального обеспечения беднейших слоев населения в развитых странах. С момента включения основных элементов этой концепции в Декларацию прав человека (ООН), Европейскую Социальную Хартию и ряд других основополагающих документов главных организаций международного сообщества наций, базовые положения ее стали составными частями международного права. В СССР эту концепцию обосновывали и развивали академик С.С. Шаталин, д.э.н. В.Г. Гребенников, д.э.н. О.С. Пчелинцев и их последователи. Законодательное закрепление в качестве всеобщего норматива (справедливого для трудящихся как государственного, так и частного секторов) минимального размера почасовой оплаты труда плюс поддержание

этой величины на уровне, близком к прожиточному минимуму, смещает всю шкалу зарплат в область, гарантирующую выход из зоны бедности для подавляющего числа семей. Одновременно, в соединении с пропорциями оплаты трудящихся разных квалификаций и напряженностей труда (которые мало поддаются изменениям в силу объективного характера этих пропорций), МРОТ существенным образом влияет на ФЗП – общий фонд заработной платы ($V_{\text{Т}}^{t}$), а значит, и на отношения первичных функциональных активных доходов $V_{\text{Т}}^{t}:V_{\text{П}}^{t}$, равно как на пропорции общей функциональной структуры доходов $V_{\text{Т}}^{t}:V_{\text{П}}^{t}:V_{S}^{t}$[7] (см. предыдущую часть 3 (Тарасова и др., 2017)). В России в период реформ МРОТ был зафиксирован, но даже ниже прожиточного минимума, который на самом деле никого не ограничивал и позволял загонять заработную плату трудящихся не только в зону бедности, но и абсолютной нищеты.

5. Аналогичный подход был допущен по отношению к регулированию душевого уровня социальных трансфертов (прежде всего пенсий).

6. Известно, как чувствительна экономика к любым резким сдвигам в уровнях занятости и производства. Между тем, реформаторское правительство легко пошло на такие кардинальные меры, как почти полное свертывание госзаказа и в сфере ВПК, и в гражданском производстве (транспортное и энергетическое машиностроение и др.). Хорошо, что российский феномен вынужденной занятости (см. о нем в той же части 3 (Тарасова и др., 2017)) в переходный и кризисные периоды позволил предотвратить массовую безработицу (именно – и только – в России, к удивлению экспертов Всемирного банка).

7. Вместо того чтобы:

- довести до логического конца малую приватизацию и полностью коммерциализировать отрасли потребительского сектора, «ширпотреб» ВПК и крупной промышленности;
- сосредоточить главные усилия на развитии инфраструктуры рынка (банковской системы, хозяйственного законодательства, правоохранительной системы);
- придать функционированию хозяйственных единиц полностью легальный характер, а финансовому обороту – полную транспарентность;
- обеспечить поддержание (на базе, в основном, стабильных параметров производства и занятости) уже достигнутых уровней бюджетных доходов и расходов;
- вместо всего этого реформация сосредоточилась на болезненной (по большей части, неэффективной и обладающей огромным коррупционным потенциалом)

---

[7] $V_{\text{Т}}^{t}, V_{\text{П}}^{t}, V_{S}^{t}$ – доходы населения в году *t*. Это активные доходы $V_{\text{Т}}^{t}$ и $V_{\text{П}}^{t}$, где $V_{\text{Т}}^{t}$ – доходы трудовые (оплата труда наемных работников), а $V_{\text{П}}^{t}$ – активные доходы прочих занятых (в целом условно – предпринимательские), а также пассивные доходы V_{S}^{t}, или социальные выплаты (социальные трансферты в денежной форме).

приватизации крупной промышленности и сельского хозяйства. Это сопровождалось призывами к правительству «уйти из экономики».

В результате таких «реформ» получено следующее:

- обвал производства, коллапс инвестиционного процесса и демонтаж экономики;
- развал науки, деградация обороны, образования, здравоохранения и др. отраслей бюджетного сектора;
- спад государственного жилищного строительства;
- теневой, нелегальный и коррупционный характер значительной массы экономических агентов и процессов;
- низкий уровень доходов трудящихся, геноцид своего населения;
- кризис бюджета и бюджетного сектора экономики.

Нельзя оправдать такие провалы возникновением каких бы то ни было элементов рыночной экономики, так как рынок – не самоцель, а средство организации производства, инвестиционного процесса, обмена и распределения в обществе.

8. Призывы к правительству «уйти из экономики» явились одним из главных лозунгов эпохи, с помощью которых удалось достичь всех этих «результатов». Между тем очевидно, что рыночные реформы – не есть дело рынка. Их стратегия и обеспечение требуют жесткого регулирования, соблюдения необходимых пропорций в преобразованиях с целью недопущений хозяйственного разбалансирования, социальных кризисов и т.п. С этим Россия как раз и столкнулась, как только выпустила «бразды правления», контроль за трансформационным процессом, поверив в то, что наспех созданная «рыночная экономика» дальше все сделает сама.

9. Для проведения упомянутых преобразований, шедших вразрез с настроениями большинства директорского корпуса крупной промышленности и основных масс трудящихся, не говоря уже о коллективистских традициях социалистического патернализма, широко распространенных в населении, – нужно было создать атмосферу преклонения перед предпринимателем (собственником капитала) и пренебрежения к трудящимся (наемным работникам), от которых якобы ничего не зависит и которых поэтому можно ставить в самое унизительное положение, отводя основные массы доходов в пользу «инициативных людей», «создателей» процветания, владельцев фирм. Правительство и правоохранительная система были переориентированы на поддержку именно этих слоев (вопреки интересам основных масс населения), что привело к коррумпированию власти. В отличие от развитых стран, где социальные программы поглощают все большие части бюджетов и страховых фондов, где экономика все в большей степени становится «социальной рыночной экономикой» (по Л. Эрхарду), а социалистические, демократические или лейбористские партии составляют весомую альтернативу партиям крупного капитала и консервативной элиты (то и дело, выдви-

гаясь в руководящую силу, формирующую правительства этих стран), вопреки традициям самого российского общества, правительство России первых лет (и десятилетий) реформ пошло по пути пренебрежения интересами подавляющего большинства населения и быстрого обогащения «элиты». Россия, уйдя на неприлично низкие места в мировом рейтинге, явила миру картину депопуляции в мирное время. Основой, породившей саму возможность такой трансформации, явились пороки «коммунистического проекта» – преобразования общества на началах централизованного планирования и идейной (коммунистической) солидарности, что привело к насилию над большими массами населения, игнорированию значения частной инициативы для обеспечения НТП и ряду других дефектов социально-экономической и политической стратегии. Однако выправлять эти изъяны стратегической линии нужно было бы не путем такой же логики, какая сопровождала становление и проведение в жизнь этой стратегии, а путем плавной, управляемой эволюции сложившейся системы.

12.3. Коррекция политики (первичных) доходов

Наша конкретная задача – сконцентрироваться на методах и перспективах преодоления тех выявленных дефектов политики доходов и системы социального страхования, как они сложились в ходе реформ.

Политика доходов в наиболее чистом виде проявляется в сфере первичных доходов. Распределение трудовых доходов страдает, прежде всего, тем, что допускает много более низкие значения МРОТ, чем соответствующие прожиточному минимуму. С этим связано и неоправданное расширение всей шкалы зарплат в нижнюю сторону. Минимальные корректировки, которые естественно предпринять для исправления этого положения вещей, состоят в том, чтобы среднедушевые первичные трудовые доходы ($\nu^t_{\mathrm{T}(0)}$), которым соответствуют (просто) доходы ($\nu^t_{\mathrm{T}(1)}$), меньшие прожиточного минимума $\underline{\nu}^t_{(1)}$, были приведены к величине, соответствующей такому минимально допустимому уровню. Это можно рассматривать как восстановление в правах концепции государственного минимального социального стандарта (ГМСС) в области трудовых доходов.

Обозначим МРОТ, относящийся к периоду *t*, через $\underline{\nu}^t_{\mathrm{T}(0)}$. Это ключевая величина, через которую осуществляется законодательное регулирование всей шкалы трудовых доходов. В России периода первого десятилетия реформ, как уже отмечено, величина $\underline{\nu}^t_{\mathrm{T}(0)}$ была такой, что соответствующий доход $\underline{\nu}^t_{\mathrm{T}(1)}$ нередко был значительно ниже прожиточного минимума ($\underline{\nu}^t_{(1)}$): $\underline{\nu}^t_{T(1)} < \underline{\nu}^t_{(1)}$. Такое установление МРОТ, конечно, никаких регулирующих функций не выполняет, поскольку и так в действующем сценарии имеет место:

$$\nu^t_{\text{Т}\ell}(\theta_j) > \underline{\nu}^t_{\text{Т}(1)},\ \forall \ell \in L_{\text{Т}},\ \theta_j \in \theta,\ j \in J,$$

хотя при этом нередко $\nu^t_{\text{Т}\ell}(\theta_j) < \underline{\nu}^t_{\text{Т}(1)}$.

Будем называть *проблемными* семьи θ_j, наемные работники члены которых (наемные работники) имеют доход ниже прожиточного минимума:

$$\underline{\nu}^t_{T(1)} < \nu^t_{\text{Т}\ell(1)}(\theta_j) < \underline{\nu}^t_{(1)},\ \forall \ell \in L_{\text{Т}}. \tag{12.12}$$

Множество проблемных семей обозначим $\underline{\theta}_{\text{Т}}$, а $\underline{t}(\theta_j),\ \theta_j \in \underline{\theta}_{\text{Т}}$ – тот момент времени, когда, в соответствии с социально-экономическим прогнозом, эти семьи $\theta_j \in \underline{\theta}_{\text{Т}}$ выходят из разряда проблемных. Естественно принять, что корректирующие воздействия, переводящие действующий сценарий политики доходов в альтернативный, распространяются прежде всего на проблемные семьи $\theta_j \in \underline{\theta}_{\text{Т}}$ и притом на те времена, когда $t(\theta_j) < \underline{t}(\theta_j)$, т.е. пока позитивная динамика, заложенная уже и в пессимистическом действующем сценарии, не выведет эти семьи из разряда проблемных.

Множество доходов $\nu^t_{\text{Т}\ell(1)}(\theta_j)$ проблемных СДТС из $\underline{\theta}_{\text{Т}}$, рассматриваемое в его «трудном периоде», когда для каждого $\theta_j \in \underline{\theta}_{\text{Т}}$ выполнено (12.12), будем называть проблемным множеством $\underline{V}_{\text{Т}}$. Примем еще для определенности, что при этом

$$\max_{j \in J} \max_{\theta_j \in \underline{\theta}_j} \underline{t}(\theta_j) \equiv \underline{T} < T_{\Pi},$$

где T_{Π} – период прогнозных расчетов. Тогда все корректирующие воздействия на доходы проблемных семей (или на проблемное множество доходов) будут ограничены во времени величиной $\underline{T}$, так что «хвост» социально-экономического развития, лежащий за пределами прогнозного горизонта T_{Π}, не должен будет затрагиваться никакими непосредственными корректировками помимо тех, что уже осуществлены в рассматриваемом (прогнозном) периоде.

Как можно видеть из предыдущего, некоторая «раздвоенность» изложения вытекает из того обстоятельства, что законодательство, регулирующее оплату труда и, в частности, устанавливающее величину МРОТ, относится именно к первичным доходам, формирующимся до и независимо от действия перераспределительных механизмов, связанных с организацией социального страхования (отсюда знак «(0)» в обозначении доходов $\nu^t_{\text{Т}(0)}$). Нижняя же граница трудовых доходов должна определяться исходя из потребностей семей в жизненно необходимых расходах и потому формулироваться в терминах (просто) доходов (индекс «(1)» в обозначении доходов $\nu^t_{\text{Т}(1)}$).

С учетом только официальных, облагаемых соцналогом трудовых доходов, связь между первичными и (просто) доходами членов семьи θ_j – исполнителей роли $\ell \in L_{\text{Т}} \cap L_{\theta}$ – будет определяться ставкой соцналога $\overset{0}{\sigma}$, т.е.

$$\nu^t_{\text{Т}\ell(0)} - \overset{0}{\sigma}\nu^t_{\text{Т}\ell(0)} = \nu^t_{\text{Т}\ell(1)},$$

откуда:

$$\nu^t_{\text{Т}\ell(0)} = \frac{1}{1-\overset{0}{\sigma}}\nu^t_{\text{Т}\ell(1)}. \tag{12.13}$$

С учетом скрываемых трудовых доходов и наличия необлагаемых социальных выплат в составе ФЗП расчет усложняется. Но во всех случаях может быть зафиксирована связь между первичными и (просто) трудовыми доходами вида:

$$\nu^t_{\text{Т}\ell(0)} = \overset{0}{\xi}\nu^t_{\text{Т}\ell(1)} \text{ при } \overset{0}{\xi} = \frac{1}{1-\overset{0}{\sigma}}, \ \ell \in L_{\text{Т}},$$

которая определяет взаимно однозначное соответствие между ними как в масштабах всего населения, так и в масштабе отдельной семьи θ_j:

$$\nu^t_{\text{Т}\ell(0)}(\theta_j) = \overset{0}{\xi}\nu^t_{\text{Т}\ell(1)}(\theta_j), \ \ell \in L_{\text{Т}}. \tag{12.14}$$

Поэтому, как только речь заходит о произвольном первичном трудовом доходе $\nu^t_{\text{Т}\ell(0)}(\theta_j)$ некоторой семьи θ_j, соответствующий (просто) доход ее будет:

$$\nu^t_{\text{Т}\ell(1)}(\theta_j) = \frac{1}{\overset{0}{\sigma}(\theta_j)}\ \nu^t_{\text{Т}\ell(0)}(\theta_j), \ \ell \in L_{\text{Т}}. \tag{12.15}$$

Заметим еще, что ограничению (снизу) через МРОТ можно подвергать только трудовые доходы ($\underline{\nu}^t_{\text{Т}(1)}$) чистых трудящихся ($\ell = 1$) без совместителей:

$$\underline{\nu}^t_{\text{Т}(1)} < \nu^t_{\text{Т}l(1)}(\theta_j).$$

Все прочие (душевые) трудовые доходы (работающих пенсионеров, работающих стипендиатов, трудящихся-предпринимателей) можно выражать через них, например, с помощью предложенных ранее (см. (Фаерман и др., 2003)) соотношений: $\nu^t_{\text{Т}\ell(1)} = \alpha^t_{\text{Т}\ell}\nu^t_{\text{Т}l(1)}$ с определенными параметрами $\alpha^t_{\text{Т}\ell}$ $(\ell \in L_{\text{Т}};\ \ell \neq 1)$. Предполагается при этом, что социально допустимый уровень $\nu^t_{\text{Т}\ell(1)}$ обеспечивает его и для прочих $\ell \in L_{\text{Т}}$.

Теперь можно следующим образом сформулировать содержание корректировки политики (первичных) доходов, направленной на соблюдение принципов ГМСС в области низких трудовых доходов. Если в действующем («0» над буквами) сценарии социальной политики доходы проблемных семей $\theta_j \in \underline{\theta}_T$ (принадлежащие проблемному множеству $\underline{V}_T$) удовлетворяют условиям:

$$\overset{0}{\underline{\nu}}{}^{t}_{\mathrm{T}(1)} < \overset{0}{\nu}{}^{t}_{\mathrm{T}l(1)}(\theta_j) < \underline{\nu}^{t}_{(1)}, \ \forall\theta_j \in \underline{\theta}_j, \ \overset{0}{\nu}{}^{t}_{\mathrm{T}\ell(1)} \in \underline{V}^{t}_{\mathrm{T}}, \ \ell = 1, \tag{12.16}$$

(т.е. они меньше прожиточного минимума $\underline{\nu}^{t}_{(1)}$), то в альтернативном варианте для всего проблемного множества $\underline{V}^{t}_{T}$ должно быть

$$\overset{1}{\nu}{}^{t}_{\mathrm{T}(1)} < \overset{1}{\nu}{}^{t}_{\mathrm{T}\ell(1)}(\theta_j) < \underline{\nu}^{t}_{(1)},$$

где $\nu^{t}_{\mathrm{T}(1)}$ – (просто) доход, соответствующий МРОТ.

12.4. Возможные индикаторы эффективности социальной политики

Для измерения эффективности социальной политики в базовом периоде можно сопоставить два сценария этой политики:

- нулевой, или инерционный сценарий, который реализовался бы, если в базовом периоде социальное законодательство не претерпевало бы никаких изменений, оставляя в силе законодательство начала базового периода;
- итоговый сценарий, действующий с конца базового периода, когда все социальные законоположения, принятые в этом периоде, вступают в силу.

Временнóй базой для сопоставления двух сценариев может служить первый год прогнозного периода, когда оба эти сценария можно предполагать – виртуально или фактически – действующими, а социальное законодательство самого прогнозного периода еще не успевает осложнить картину.

Теперь остается ввести критерии оценки того распределения доходов, которое складывается при том или другом сценарии социальной политики (данного направления). Тогда относительное приращение критерия для итогового сценария по отношению к нулевому (инерционному) может служить оценкой эффективности социальной политики (этого направления) в базовом периоде. Сама функциональная зависимость мало подходит для сопоставления сценариев, и обычно оперируют ее наиболее значащими деривативами (производными).

Рассмотрим кратко наиболее употребительные[8].

1. **Доля бедного населения (дериватив, или индикатор *P*)** определяется по распределению $X = X(\nu)$ с помощью очевидного соотношения $P = \int_{-\infty}^{\underline{\nu}} x(\nu)\,d\nu$, где $\underline{\nu}$ – прожиточный минимум для того года, для которого исчисляется доля бедности. Спорной здесь является оценка прожиточного минимума. Ряд экономистов считает, что

---

[8] См. также далее раздел 14.

официальная его оценка у нас занижена и для получения реальной оценки черты бедности следовало бы ее удвоить. Считая, что эти доводы обоснованы, принимаем за $\underline{\nu}$ удвоенный официальный прогнозный минимум.

2. **Коэффициент децильной дифференциации доходов (*D*)**, который (при $\bar{\nu}_j$ – среднем душевом доходе члена семьи, принадлежащем верхнему децилю (j = J = 10) или нижнему (j = 1)), определяем как коэффициент фондов:

$$D = \frac{\bar{\nu}_J}{\bar{\nu}_1}. \tag{12.17}$$

Если распределение $X = X(\nu)$ известно, то коэффициент децильной дифференциации может быть вычислен следующим образом. Построим кумулятивную функцию распределения $X(\nu)$, где $X(\nu)$ – доля населения с доходами $\le \nu$ (ν-населения). Очевидно, что

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} x(\nu)\, d\nu .$$

Когда ν исчисляется между $-\infty$ и $+\infty$, X меняется в интервале (0,1). Разделим последний интервал на 10 равных частей. Пусть точки деления имеют ординаты $X_0 = 0$; X_1 = 0,1; X_2 = 0,2; …, X_{10} = 1,0. Таким образом, каждому интервалу соответствует $^1/_{10}$ часть всего населения. Этим значениям по кривой X соответствуют точки с абсциссами ν_0, ν_1, ν_2, …, ν_{10}, которые и определяют границы децилей: ν_1, ν_2,…, ν_9. Доходы лиц, принадлежащих 1-му децилю, будут варьировать в промежутке ($-\infty$, ν_1); 2-му децилю – в промежутке (ν_1, ν_2); ...; J-му децилю (j = 10) – в промежутке (ν_9, $+\infty$). Таким образом, верхняя граница нижнего дециля определяется из соотношения $\int_{-\infty}^{\nu_1} x(\nu)\, d\nu = 0{,}1,$ а нижняя граница ν_9 верхнего дециля – из аналогичного соотношения $\int_{\nu_9}^{+\infty} x(\nu)\, d\nu = 0{,}1.$ Тогда среднедушевой доход лиц, принадлежащих верхнему децилю, будет

$$\bar{\nu}_J = \int_{\nu_9}^{+\infty} \nu\, x(\nu)\, d\nu ,$$

а нижнему децилю –

$$\bar{\nu}_1 = \int_{-\infty}^{\nu_1} \nu\, x(\nu)\, d\nu .$$

Это определяет коэффициент децильной дифференциации доходов по (12.17).

3. **Интегральная мера неравномерности распределения (I)**. Рассмотрим не только кумулятивную функцию зависимости ν-населения (с доходами $\le \nu$) от самого дохода ν:

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} x(\nu)\,d\nu\,, \tag{12.18}$$

но и кумулятивную функцию зависимости общего дохода этого населения – от уровня дохода ν. Для придания этой кумулятивной функции универсального относительного характера (такого же, какой имеет функция X(ν)), найдем ее значение на правом конце шкалы вариации доходов (теоретически, для ν = ∞), которому соответствует суммарный доход всего населения N (V = V_N), и будем относить значения кумулятивного дохода V(ν) к этой последней величине:

$$W(\nu) = \frac{V(\nu)}{V_N}.$$

Заметим, что при построении функции X = X(ν) неявно не использовалась та же логика. В самом деле, рассмотрим в качестве кумулятивного показателя численность населения N(ν) с доходами ≤ν (ν-население). Мы имеем для приращения этой функции dN(ν) – при переходе от ν к (ν + dν) – то, что вытекает из определения плотности

$$x = \frac{dN(\nu)}{N\,d\nu},$$

а именно:

$$dN(\nu) = N x(\nu)\,d\nu\,. \tag{12.19}$$

Следовательно,

$$N(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} dN(\nu) = N \int_{-\infty}^{\nu} x(\nu)\,d\nu. \tag{12.20}$$

Максимальное значение кумулятивной величины N(ν) при ν = ∞ дает общую численность населения N. Относя текущие значения кумулятивной численности ν-населения N(ν) к этому максимуму N (превращая тем самым «немногочисленное население» во «все население»), получаем относительную (т.е. и универсальную) характеристику кумулятивного показателя:

$$X(\nu) = \frac{N(\nu)}{N}. \tag{12.21}$$

Действительно, из (12.20) имеем, с учетом (12.18):

$$\frac{N(\nu)}{N} = \int_{-\infty}^{\nu} x(\nu)\,d\nu = X(\nu).$$

Найдем, придерживаясь этой логики, кумулятивный доход V(ν) ν-населения. Имеем, очевидно (см. (12.19)):

$$dV(\nu) = \nu\,dN(\nu) = \nu N x(\nu)\,d\nu,$$

откуда сам («накопленный») доход V(ν) будет:

$$V(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} dV(\nu) = N\int_{-\infty}^{\nu} \nu x(\nu) d\nu = N\bar{\nu}(\nu)\,, \tag{12.22}$$

где $\bar{\nu}(\nu)$ – среднедушевой доход ν-населения.

При $\nu = \infty$, когда «накопленный (до ν) доход» превращается в «весь доход» населения, выражение (12.22) превращается в:

$$V = N\bar{\nu}\,, \tag{12.23}$$

где среднедушевой доход всего населения

$$\bar{\nu} = \int_{-\infty}^{+\infty} \nu x(\nu) d\nu\,.$$

Вводя теперь отношение кумулятивного ν-дохода $V(\nu)$ к его максимальному значению V, получаем искомую относительную (и универсальную) характеристику зависимости накопленного дохода $V(\nu)$ от уровня дохода ν:

$$W(v) = \frac{V(v)}{V} = \frac{1}{\bar{v}} = \int_{-\infty}^{v} v x(v) dv = \frac{\bar{v}(v)}{\bar{v}}, \tag{12.24}$$

или $$W(v) = \int_{-\infty}^{v} v x(v) dv \bigg/ \int_{-\infty}^{\infty} v x(v) dv\,. \tag{12.25}$$

Возвращаясь к задаче построения меры неравномерности распределения доходов, рассмотрим обе относительные кумулятивные функции $X(\nu)$ и $W(\nu)$ совместно. Будем рассматривать выражения (12.18) и (12.24)–(12.25) как параметрическое определение функциональной зависимости $W = W(X)$.

Как идеальный предельный случай такой зависимости рассмотрим равномерное распределение населения по шкале доходов. В этом случае плотность населения, рассчитанную на единицу изменения его доходов ($dN(\nu)/Nd\nu$), нужно будет считать величиной постоянной (c) и равной, очевидно, средней плотности $\bar{x}$:

$$x(v) = \frac{dN(v)}{N\,dv} = c = \bar{x}\,. \tag{12.26)–(12.27}$$

Постоянная плотность может быть конечной величиной только по ограниченной шкале доходов. Поэтому предположим, что доходы населения варьируют в интервале (0, $\bar{v}$). Интегрируя (12.26) с учетом (12.27), имеем

$N(\nu) = N\bar{x}\nu + c.$

Поскольку при $\nu = 0$ будет $N(\nu) = 0$, то $c = 0$. Таким образом,

$N(\nu) = N\bar{x}\nu.$

Пусть при $\nu = \bar{\nu}$ находим отсюда

$$N(\bar{\nu}) = N. \tag{12.28}$$

Средняя относительная плотность $\bar{x}$ тогда будет

$$\bar{x} = \frac{1}{\bar{\nu}},$$

где $\bar{\nu}$ можно тут интерпретировать как размах области варьирования доходов. Так это и должно быть, ибо $\bar{\nu}$-население теперь – это все население.

Эти выражения имеют простой экономический смысл. Они показывают, что население $N(\nu)$ с доходами $\leq \nu$ растет в этом случае пропорционально самому душевому доходу ν и при каждом уровне его составляет такую же долю всего населении

$$\frac{N(\nu)}{N} = \frac{\nu}{\bar{\nu}},$$

какую доход ν составляет от своей предельной величины $\bar{\nu}$. По (12.21) отсюда получаем:

$$x(\nu) = \frac{N(\nu)}{N} = \frac{\nu}{\bar{\nu}}. \qquad (12.29)$$

Найдем также $V(\nu)$ – кумулятивный доход ν-населения. По (12.23) и (12.28) мы имеем

$$\frac{dV}{d\nu} = \nu N \bar{x}$$

откуда с учетом $V(\nu) = 0$ при $\nu = 0$:

$$V(\nu) = \frac{1}{2} N \bar{x} \nu^2. \qquad (12.30)$$

Теперь можем получить и выражение для относительной кумулятивной функции $W(\nu)$. Из (12.30) следует: предельная величина $V(\nu)$ для максимального душевого дохода $\bar{\nu}$ может быть выражена через него как

$$V = V(\bar{\nu}) = \frac{N\bar{x}}{2} \bar{\nu}^2.$$

По (12.24) искомая функция $W(\nu)$ определяется в виде:

$$W(\nu) = \frac{V(\nu)}{V} = \frac{\nu^2}{\bar{\nu}^2}. \qquad (12.31)$$

Сопоставляя (12.29) и (12.31), видим, что связь между W и X дается простой квадратической зависимостью:

$$W(\nu) = X^2(\nu). \qquad (12.32)$$

Она изображена на рис.12.2 (для разных распределений) как связь между долей населения X и ее кумулятивным доходом W, где график функции $W(X)$ называется кривой Лоренца.

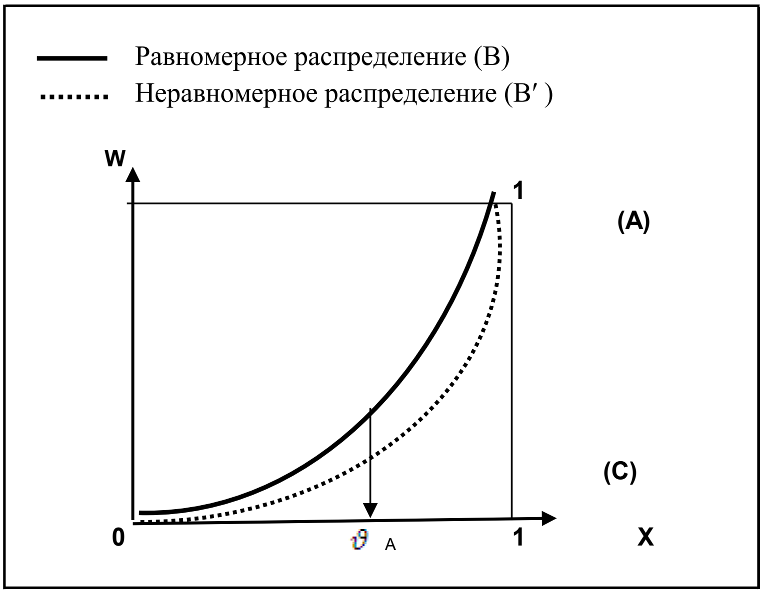

Рис. 12.2. Связь между долей населения X и кумулятивным доходом W

Обозначим для рис. 12.2:

F_0 – площадь под кривой Лоренца для равномерного распределения (B);

F_S – площадь под кривой Лоренца для (неравномерного) распределения (B'), соответствующего рассматриваемому сценарию (S) социальной политики;

$\Delta F_S = F_0 - F_S$ – площадь, измеряющая интегральное отклонение данного распределения F_S от равномерного F_0.

Если распределение $x(\nu)$ будет уклоняться от равномерного, как это наблюдается для всех реальных социальных систем, то уже при сравнительно малых доходах происходит быстрое наращивание доли населения, обладающей ими. Следовательно, $X(\nu)$ будет при одних и тех же доходахν значительно больше в случае неравномерного распределения, чем равномерного. График функции $W(X)$ будет в первом случае идти ниже графика равномерного распределения. Но при больших ν уже небольшой прирост населения ΔN сопряжен в реальном распределении с очень большим приращением доходов $\Delta V = \nu \Delta N(\nu)$, так что кривая неравномерного распределения идет здесь круче, чем равномерного. При ν оба будут приближаться к точке $(X, W) = (1, 1)$. Это значит, что кривая Лоренца $W(X)$ для неравномерного распределения, совпадая на краях интервала изменения X ($X = 0$ и $X = 1$) с кривой $W(X)$ для равномерного распределения, в промежутке является более выпуклой по сравнению с ней. Теперь ясно, что чем более неравномерным окажется распределение, тем более выпуклой (вниз) будет кривая Лоренца для него.

Интегральной мерой неравномерности распределения может служить «малая» площадь (ΔF_S) между кривыми Лоренца для равномерного и анализируемого (сценарий S) распределений, отнесенная к площади F_0 «большого» криволинейного треугольника под кривой для равномерного распределения (B). Таким образом, имеем для введенного интегрального индекса неравномерности распределения I_S:

$$I_S = \frac{\Delta F_S}{F_0}. \qquad (12.33)$$

Из рис. 12.2 видно, что:

$$F_0 = \int_0^1 W_0(X)\,dX,$$

где $W_0(X)$ – функция Лоренца для равномерного распределения, и что

$$\Delta F_S = \int_0^1 \left(W_0(X) - W_S(X)\right)dX,$$

где $W_S(X)$ – функция Лоренца для распределения, соответствующего сценарию S. Таким образом, мерой неравномерности распределения, порождаемого сценарием S, может служить индекс I_S:

$$I_S = \int_0^1 \left(W_0(X) - W_S(X)\right)dX \Big/ \int_0^1 W_0(X)\,dX,$$

Согласно (12.32), $W_0 = X_0^2$.Отсюда:

$$\int_0^1 W_0 dX_0 = \int_0^1 X_0^2 = \frac{1}{3} X_0^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$\int_0^1 \left(W_0(X) - W_S(X)\right)dX = \frac{1}{3} - \int_0^1 W_S(X)\,dX,$$

и интегральный индекс неравномерности распределения, соответствующего сценарию S социальной политики, есть

$$I_S = 1 - 3\int_0^1 W_S(X).$$

В то же время индекс неравномерности для равномерного распределения (как следует из его определения) $I_0 = 0$.

Рассмотрим рис.12.3 с кривыми Лоренца для равномерного распределения (B), близкого к предельно неравномерному распределения, которое получается, когда точка $\tilde{B}$ (на биссектрисе угла OCA) приближается к C. При этом площадь под кривой Лоренца распадается на две узкие полоски, примыкающие: одна – к оси OX, другая – к прямой AC, параллельной оси OW. Первая есть область низких доходов (их можно оценить из соотношения $\frac{\Delta\tilde{W}}{L} = \frac{\nu^2}{\bar{\nu}^2}$, или $\nu = \bar{\nu}\sqrt{\Delta\tilde{W}}$, где $\Delta\tilde{W} \ll 1$), охватывающая почти все население $\tilde{N}(\nu)$, соответствующее доле его $\tilde{X}$. Вторая есть область, простирающаяся до самых больших величин по доходам (доходы в ней приближаются к $\bar{\nu}$, в то время как $W(\nu) \to 1$), но затрагивающая лишь небольшую часть населения, порядка $\Delta\tilde{N} = N\Delta X$.

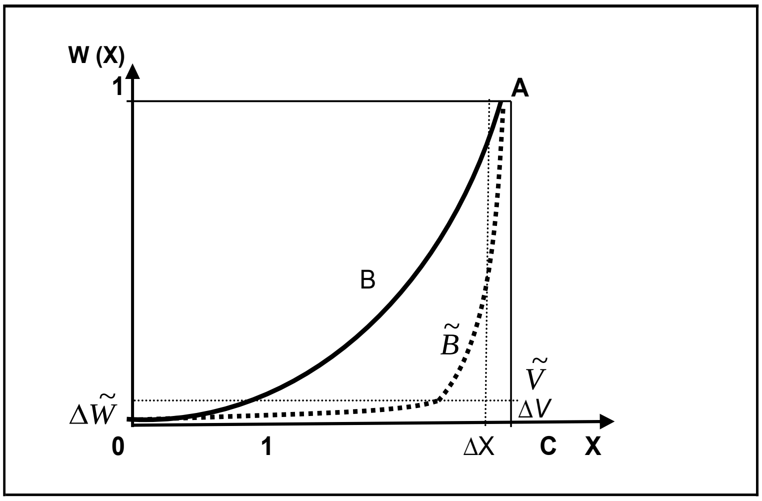

Рис. 12.3. Близкое к предельному неравномерное распределение (кривая Лоренца)

В пределе эта площадь по своей величине обращается в нуль ($\tilde{F}_S = 0$), так что криволинейная фигура $OBA\,\tilde{B}\,O$, измеряющая своей площадью $\Delta\tilde{F}_S$ степень неравномерности, совпадает с площадью F_0 под кривой равномерного распределения: $\Delta\tilde{F}_S = F_0$. Отсюда интегральный индекс неравномерности

$$\tilde{I}_S = \frac{\Delta\tilde{F}_S}{F_0} = 1.$$

Таким образом:

$$I_S = \begin{cases} 0 - \text{для равномерного распределения;} \\ 1 - \text{для предельно неравномерного.} \end{cases}$$

В промежуточных случаях, очевидно, $0 < I_S < 1$.

4. **Мера неравномерности по отклонению от эгалитарного распределения (коэффициент Джини)**. В качестве эталона равномерного распределения широко распространено использование эгалитарного принципа, в соответствии с которым все люди предполагаются получающими один и тот же доход:

$$\nu = \frac{V}{N}. \qquad (12.34)$$

Это можно трактовать как равномерное распределение (суммарных) доходов по населению. Но рассматриваемое в данном контексте распределение населения по шкале доходов (на описание чего и нацелена функция плотности $x = x(\nu)$) является в таком случае вырожденным: функция плотности $x(\nu)$ определена в одной единственной точке по (12.34), на остальной же шкале доходов ее следует считать равной 0. Накопляемые, кумулятивные величины

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} x(\nu)\,d\nu \text{ и } W(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} \nu x(\nu)\,d\nu$$

здесь утрачивают смысл.

Несколько искусственным путем некоторые аналоги этих величин можно построить следующим образом. Воспользуемся выражением

$$x(\nu) = \frac{N(\nu)}{N}. \tag{12.35}$$

Хотя, как сказано, рассматривать величины $N(\nu)$ и $X(\nu)$ как функции дохода ν здесь не имеет смысла, но можно просто взять за основу шкалу населения, т.е. перечень возможных значений его от 0 до N. Само «население» этой шкалы – обозначим его N_x, где x изменяется в интервале (0, 1), будем рассматривать как независимую переменную. Тогда (12.35) можно записать в виде

$$X_x = \frac{Nx}{N}. \tag{12.36}$$

Это означает, что «накапливаемая» часть населения здесь просто определяется численностью соответствующей выборки.

Доход населения, принадлежащего этой выборке, есть

$$V_x = \nu N_x. \tag{12.37}$$

Его предельная величина при $N_x \to N$ равна $V = \nu N$, а относительный накопленный доход этого населения W_x теперь определится как

$$\frac{V_x}{V} = \frac{N_x}{N} = X_x.$$

Это и есть искомый аналог функции Лоренца $W_x = X_x$ для эгалитарного распределения. Как видим, она линейна; и, так как должна проходить через точки (0, 0) и (1, 1), то она совпадает с диагональю единичного квадрата (см. рис. 12.4).

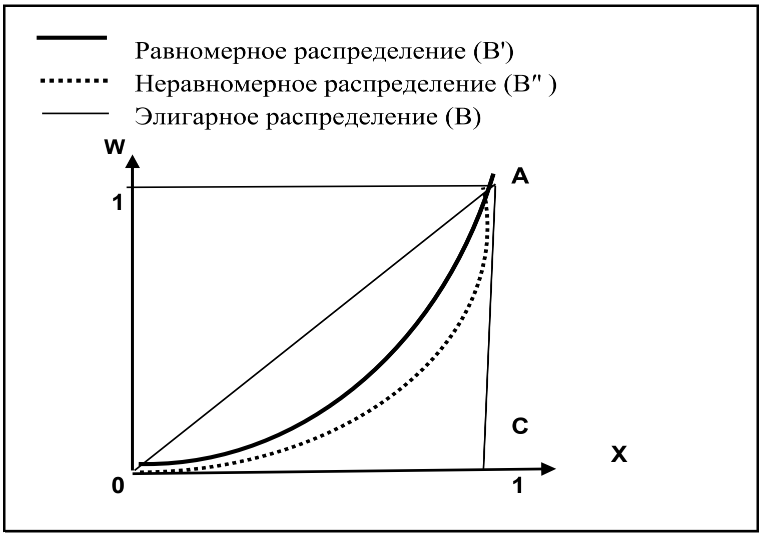

Рис. 12.4.Отклонение неравномерного распределения (S) от эгалитарного

Беря теперь за эталон «равномерности» эгалитарное распределение B (когда кривая Лоренца $W = W(X)$ – это прямая линия OA), обозначим для рис. 12.4, как и выше:

$F_0^Э$ – площадь под кривой Лоренца для такого «равномерного» (эгалитарного) распределения (B);

F_S – площадь под кривой Лоренца для (произвольного) неравномерного распределения (B'');

$\Delta F_S^Э = F_0^Э - F_S$ – площадь между кривыми Лоренца для «равномерного» (эгалитарного) и неравномерного распределения (B и B'').

Можем теперь ввести интегральный индекс неравномерности – по отклонению от эгалитарного распределения. Он будет аналогичен (12.33):

$$I_S^Э = \frac{\Delta F_S^Э}{F_0^Э} = \frac{F_0^Э - F_S}{F_0^Э}.$$

Вычисляя входящие сюда площади с помощью функции $W(X)$ для соответствующих распределений, получаем:

$$F_0^Э = \int_0^1 W_0^Э(X)dX = \int_0^1 X\,dX = \frac{1}{2}X_0^2\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

и $$F_S = \int_0^1 W_S(X)dX,$$

а также:

$$I_S^Э = \left(\frac{1}{2} - \int_0^1 W_S(X)dX\right)\Big/\frac{1}{2} = 1 - 2\int_0^1 W_S(X)dX.$$

Это и есть интегральная мера неравномерности – по отклонению от эгалитарного распределения (коэффициент Джини).

Сравнивая интегральные меры неравномерности с равномерным и эгалитарным распределениями в качестве эталонов равномерности распределения, можно сказать следующее. Несмотря на несколько искусственное определение кумулятивных величин X и W, после введения определений X и V по (12.36)–(12.37) дальнейший ход рассуждений применительно к эгалитарному распределению, тот же, что был развит применительно к равномерному.

Равномерное распределение имеет некоторое преимущество по качеству оценки неравномерности, ближе примыкая к семейству кривых Лоренца для разного рода неравномерных распределений. Действительно, на рис. 12.4 в площади, измеряющей отклонение данного неравномерного распределения B'' (кривая Лоренца «точечная») от эгалитарного распределения B (кривая Лоренца – диагональ), площадь между кривыми Лоренца для распределений эгалитарного В (диагональ) и равномерного B' («промежуточная» кривая) является «мертвой зоной». Туда не может попасть ни одно неравномерное распределение (кривые Лоренца для них более выпуклы и лежат под кривой для равномерного распределения B'). Эта «мертвая зона» входит тем самым лишним добавком в меру неравномерности. Если же исключить ее из последней, то мы возвращаемся к интегральной мере неравномерности – по отклонению от равномерного распределения.

Коснемся содержательной характеристики обоих эталонов. Как мы видели, предельно неравномерные распределения включают в себя два резко отличающихся друг от друга контингента населения:

- массовый контингент, охватывающий почти все население ($\tilde{N}$) и имеющий очень низкие доходы, не превышающие $v = \frac{\Delta V}{N}$ (см. рис. 12.3);
- и элитарный контингент, охватывающий очень небольшую долю населения (не превышающую ΔN) и с доходами, простирающимися до самых больших величин $\bar{\nu}$.

Преодоление неравенства состоит в уменьшении численности массового слоя и превращении элиты в заметный по величине средний класс с доходами, «размазанными» по шкале доходов (от 0 до $\bar{\nu}$). С этой точки зрения предельно равномерным могло бы выглядеть распределение, свойственному среднему классу, т.е. с сильно дифференцированными, «размазанными» по шкале (0, $\bar{\nu}$) доходами и с постепенно преодолеваемой элитарностью, т.е. смягчением падения численности по мере роста доходов. А это, в идеале, и есть равномерное распределение населения по шкале доходов. Контингент же со слабо дифференцированными, ограниченными по величине доходами в процессе преодоления неравномерности должен сокращаться и постепенно «вливаться» в тот же средний класс, который формируется элитарным контингентом по мере его расширения.

Если считать, что элитарное распределение есть идеальный прообраз распределения, свойственного массовому контингенту, в то время как равномерное распределение, напротив, отражает закономерности, свойственные формирующемуся среднему классу, то мера неравномерности по отклонению от элитарного распределения берет за эталон распределение, свойственное одному из контингентов предельно неравномерного распределения. Реальное преодоление неравенства не идет по пути приближения к такому распределению. Напротив, равномерное распределение можно интерпретировать как идеальное отображение закономерностей, свойственных реальному формированию среднего класса, с его широкой дифференциацией по доходам (что является необходимым стимулом для обеспечения приемлемой интенсивности «вертикальной мобильности» населения) и стремлением к преодолению чрезмерной «элитарности» распределения, выражением которой является резкое падение численностей групп с одинаковым размахом доходов внутри них, по мере перехода к более высоким уровням таких доходов. Вследствие этого представляется предпочтительным выбор, в качестве эталона, равномерного распределения. Но на практике шире пользуются коэффициентом Джини; сохраним его в качестве одного из критериев неравномерности (или ее преодоления). Ясно, что оба эти критерия работают «в унисон».

Итак, мы имеем несколько производных показателей как индикаторов оценки эффективности социальной политики:

P – критерий (доля бедного населения);

D – критерий (децильный разрыв по доходам) и

$I(I_{Э})$ – критерий (интегральный индекс неравномерности).

Их можно использовать для оценки различных возможностей сценариев социальной политики.

Если мы хотим оценить эффективность социальной политики по одному из направлений[9], для этого достаточно сопоставить распределения по доходам для обоих сценариев (нулевого и итогового): $x_0 = x_0(\nu)$ и $x_И = x_И(\nu)$.Тогда мы можем рассчитать и все деривативы P, D, $I(I_Э)$ для каждого из сценариев: P_0, D_0, $I_0(I_{Э0})$ и $P_И$, $D_И$, $I_И(I_{ЭИ})$. Легко видеть, что усиление (улучшение) социальной политики должно выражаться в уменьшении этих показателей:

- так, мы будем говорить, что сценарий $S_И$ социальной политики эффективнее сценария S_0 по P-критерию, если $P_И < P_0$ (процент бедности в соответствии с ним должен оказаться ниже, чем был по инерционному сценарию);
- так же можем говорить, что сценарий $S_И$ эффективнее сценария S_0 по D-критерию, если $D_И < D_0$, т.е. децильный разрыв доходов для сценария $S_И$ меньше, чем для сценария S_0;
- наконец, сценарий $S_И$ эффективнее S_0 по $I(I_Э)$, если $I_И < I_0$ (или $I_{ЭИ} < I_{Э0}$), так как интегральная мера неравномерности распределения ниже для первого сценария $S_И$, т.е. он ближе к равномерному (эгалитарному) распределению, чем S_0.

[9] Как уже отмечено, см. далее об этом и раздел 14.

13. ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СЦЕНАРИЕВ СОЦИАЛЬНОЙ ПОЛИТИКИ И ПОСТРОЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ НАСЕЛЕНИЯ ПО ДОХОДАМ ДЛЯ НУЛЕВОГО (ИНЕРЦИОННОГО) СЦЕНАРИЯ

13.1. Оценки эффективности сценариев и методы измерения прогресса в социальном законодательстве

Рассмотрим принципы построения возможных оценок эффективности социальной политики применительно к разным ее сценариям и этапам (на основе ожидаемых оценок доходов социальных слоев и групп).

Речь пойдет о том направлении (этапе) социальной политики, которое называют политикой доходов и которое было рассмотрено по своим результатам (распределению доходов) в предыдущем разделе 12 – применительно к исходному и альтернативному сценариям. По тем же принципам можно строить оценки эффективности и других направлений (этапов) социальной политики: политики социального страхования (формирование фонда социального страхования и выплата пособий, социальных трансфертов нетрудоспособным и незанятым слоям населения); политики налогообложения физических лиц (подоходный налог – НДФЛ, налог на собственность и т.д.); тарифной политики в сфере ЖКХ и т.д.

Наша задача – определение при этом именно социальной эффективности, т.е. тех выгод (или ущерба), которые получает население в результате проведения соответствующих мер социальной политики. Должны быть разработаны методы оценки социальной эффективности применительно к разным сценариям социальной политики. Эти сценарии могут отражать как фактическую эволюцию социального законодательства и связанный с нею прогресс в распределении населения по доходам, так и попытки построения альтернативных сценариев, противопоставляемых действующим в качестве предложений по дальнейшему улучшению социального законодательства.

В первом случае центр тяжести формирования соответствующих сценариев и изучения их сравнительной эффективности лежит в построении способов сопоставления разновременных пакетов социальных законов. Во втором случае – в критическом анализе действующего законодательства и выработке альтернативного сценария, преодолевающего его негативные свойства и стороны. Но в любом случае оба сопоставляемых сценария должны быть конкретизированы вплоть до возможности установления свойственных им распределений доходов по социальным слоям, группам и типам семей, после чего должны быть указаны методы и критерии сопоставления обоих распределений, оценки их сравнительной эффективности.

Измерение прогресса в социальном законодательстве за некоторый период можно рассматривать как оценивание индикатора эффективности социальной политики за этот период. Пусть мы хотим оценить эффективность социальной политики за определенный промежуток времени, например, за период 2000–2010 гг. Рассмотрим социальное законодательство, действовавшее по 2000 г. (включительно). Будем считать, что вертикаль доходов семей – об этом в разделе 12 см. графу 5 табл. 12.1 (ось: первичные доходы / доходы / чистые доходы / результирующие доходы / конечные доходы) – складывается в текущем периоде, в основном, под воздействием этого законодательства. Но при этом она, возможно, несколько уклоняется от «расчетной» траектории под влиянием факторов нетранспарентности экономики вообще и социальной сферы в частности (скрываемые доходы, неполное поступление средств в фонды социального страхования и др.).

Будем различать[10]:

а) непосредственно «пригодные» для нас *статистические* данные из госстатистики о доходах населения, некоторых его социальных слоев и групп (социальные «трансфертники» в целом, пенсионеры в целом и др.);

б) *расчетно-статистические* данные, получаемые – благодаря предложенной семиотической методологии обеспечения достоверности показателей при формированиистатбазы системы НДП (см. (Тарасова и др., 2016) – по «полной» номенклатуре трех функциональных социальных слоев («наемные работники», обычно называемые «трудящимися»; прочие занятые, условно называемые нами в целом «предпринимателями»; «трансфертники») и 14 социальных групп. Это группы «чистых» трудящихся и «чистых» предпринимателей; затем – «совместителей» (трудящихся-предпринимателей, трудящихся-пенсионеров, трудящихся-стипендиатов, предпринимателей-пенсионеров и т.д.); а также «чистых» трансфертников, получающих доходы только в виде социальных пособий (денежных трансфертов) и включающих детей, незанятых, безработных и др. Кроме того, это дополняющие официальную статистику группы теневых наемных работников и теневых предпринимателей. При этом расчет доходов должен производиться с учетом как официальных, так и скрываемых (скрытых или теневых) доходов этих групп;

в) *расчетные* данные по тем модификациям доходов социальных групп и семей (элементам их трансформационных вертикалей), которые получаются из статистических и расчетно-статистических данных с помощью и на основании действующего социального законодательства (дополняемого необходимыми гипотезами после их проверки и корректировки).

В предыдущих работах были рассмотрены методы структурного анализа состава и доходов населения, позволяющие, в основном, по доступным статистическим

[10] См. части 1–2 работы (Фаерман и др., 2015; Тарасова и др., 2016).

данным восстановить полную структуризованную картину состава населения и его доходов в разрезе трех социальных слоев, 14 социальных групп и около 100 социально-демографических типов семей (после перехода к простым семьям, уже рассмотренного, например, в части 2 (Тарасова и др., 2016)), прежде всего, в базовом периоде $T_Б$. Предположим, что это период 2000–2009 гг.: $T_Б = (t_0, t_1, \ldots, t_Б) = (t_0, t_1, \ldots, t_9)$, где $t_0 = 2000$, $t_1 = 2001$, …, $t_9 = 2009$.

Макроэкономический прогноз – например, МЭРТ (Минэкономразвития) – и результаты указанного выше процесса используются для построения инерционного (сохраняющего инерцию базового периода) макропрогноза и структурного (в указанной детализации) прогноза на перспективу, согласованного по уровням социальной сферы. Это: макроуровень (социальные слои) – социальные группы – социально-демографические типы простых семей (СДТС) – и социо-демо-экономические группы, учитывающие подецильную дифференциацию доходов СДТС.

Будем предполагать, что такие методы многоступенчатого прогнозирования состава и доходов населения применены к массиву статистических и расчетно-статистических данных, относящихся к базовому периоду $T_Б$. Затем проведены прогнозные расчеты состава и доходов населения в том же разрезе, относящиеся к перспективному периоду $T_П = (t_Б + 1, t_Б + 2, \ldots, t + |T_П|)$, где $|T_П|$ – длительность этого периода; в нашем примере будет $T_П = (2010, 2011, \ldots, 2010 + T_П - 1)$. Если принять $|T_П| = 5$, то будем иметь: $T_П = (2010, 2011, \ldots, 2014)$.

Таким образом, на основе структурного анализа и многоступенчатого прогнозирования состава и доходов населения могут быть получены прогнозы всего массива статистических и расчетно-статистических данных о численностях и доходах структурных единиц на всем рассматриваемом интервале времени $T = T_Б \cup T_П$.

Заметим, что в ходе всего этого изложения ни разу не было упомянуто о «расщеплении» доходов по вертикали доходов. Это означает, что в силу непосредственной статистической данности (просто) доходов их расчет не требует анализа перераспределительных процессов социальной трансформации доходов. Напротив, для восстановления вертикали трансформационных модификаций доходов мы можем теперь опираться на полученную систему доходов населения (в разрезе его социальных слоев и групп, СДТС и их децильной принадлежности). Как сказано выше, базой для восстановления всех модификаций доходов – на основе известных данных о (просто) доходах соответствующих групп – является социальное законодательство, регламентирующее все преобразования доходов населения (в разрезе СДТС, поскольку оно должно быть однозначно применимо к каждому типу семьи).

В разделе 12 настоящей работы проанализирован первый этап трансформационной вертикали, который носит двойственный характер. По порядку расчетов нужно продвигаться от статистических данных (просто) доходов к первичным (факторным) доходам. По логике же социального перераспределения доходов первичные доходы должны формироваться в ходе экономической деятельности, как наемных работников (трудящихся), так и предпринимателей (собственников), лишь потом подвергаясь социально обусловленным трансформациям. Это различие приобретает принципиальное значение при рассмотрении разных сценариев социальной политики – например, если варьируется ставка ЕСН (единого социального налога), как это имело место в действительности в течение базового периода. Если изменения в трансформационной вертикали налогов вторичны, а первичные доходы – действительно первичны, то первичные доходы должны быть практически нечувствительны к таким вариациям. В этом случае следует модифицировать расчет доходов населения, приняв за основу именно первичные доходы (например, можно изучить эластичности первичных доходов по среднедушевому доходу – и пересчитывать их по годам в зависимости от динамики последнего и, возможно, эволюции самих эластичностей). В этом случае динамика первичных доходов окажется того же порядка, что и динамика общего душевого дохода населения, а снижение ставки ЕСН будет означать снижение перераспределительной активности социальной политики.

Примем за основу именно такой подход. Следовательно, прогноз первичных доходов положим в основание всей системы трансформационных преобразований. Тогда прогноз доходов, как и остальных трансформационных модификаций их, уже не будет результатом прямой статистической экстраполяции, а окажется непосредственно зависящим от социального законодательства, управляющего интенсивностью и дифференциацией вертикальных модификаций.

Возвращаясь к вопросу о сценариях социальной политики, можем использовать оценки индикаторов социальной политики из раздела 12.4 в виде деривативов (производных функциональных зависимостей): P (доля бедного населения), D (децильный разрыв по доходам) и $I(I_э)$ (интегральный индекс неравномерности). Будем употреблять букву D' для общего обозначения всех деривативов, когда рассуждения по поводу каждого из них идентичны.

Располагая количественной характеристикой каждого деривата для двух сценариев – нулевого (нижний индекс «0») и итогового (нижний индекс «И»), – можно не только ограничиться констатацией отношений «лучше – хуже», или «более эффективен – менее эффективен», но и ввести количественную меру соответствующей эффективности $E_{И0}$. Именно, будем говорить, что сценарий $S_И$ эффективнее S_0 по D-критерию на $E_{И0}$, если:

$$E_{И0}^{D} = \frac{D_0 - D_И}{D_0}.$$

Это значит, что переход к сценарию $S_И$ улучшает (снижает) критерий D_0 на $E_{И0}^{D}$ (вычисляется в %).

Можно ввести и обобщенный критерий D^*, если принять веса $\omega_P, \omega_D, \omega_I$ частных критериев. Это будет:

$$D^*_И = \omega_P P_И + \omega_D D_И + \omega_I I_И,$$

$$D^*_0 = \omega_P P_0 + \omega_D D_0 + \omega_I I_0.$$

Тогда эффективность сценария $S_И$ по отношению к S_0 будет измеряться по обобщенному критерию D^* с помощью соответствующего показателя $E^{D^*}_{И0}$:

$$E^{D^*}_{И0} = \frac{D^*_0 - D^*_И}{D^*_0}.$$

Эти же величины можно рассматривать и как меры эффективности социальной политики в базовом периоде (по соответствующим критериям):

$$E^{D'}_{(ST_Б)} = E^{D'}_{И0}.$$

Если итоговый сценарий $S_И$ является удовлетворительным с точки зрения аналитика, этим сравнением дело и ограничивается. Но если итоговый сценарий вызывает необходимость дальнейших улучшений, то для фундаментального ответа на такой вызов необходимо построить третий, альтернативный сценарий $S_А$ и конкретизировать его вплоть до определения соответствующего ему распределения по доходам: $x_А= x_А(\nu)$.Тогда для альтернативного сценария могут быть вычислены деривативы $P_А$, $D_А$, $I_А$, $(I_{ЭА})$, $D^*_А$, после чего – оценена эффективность альтернативного сценария по отношению к итоговому (по D'-критерию):

$$E^{D'}_{АИ} = \frac{D'_И - D'_А}{D_И}.$$

Здесь D' понимается в обобщенном виде и может принимать «значения» P, D, I, $(I_Э)$, D^*.

Таким образом, оценивается социальная эффективность как действующих – по «старым» или «новым» канонам – сценариев (или, что то же, эффективность социальной политики в соответствующем периоде), так и альтернативного сценария по отношению к действующему. Оценка основана на анализе распределения населения по доходам, как оно складывается или ожидается сложившимся к году, на котором происходит сопоставление вариантов, для каждого из анализируемых сценариев социальной политики. Поэтому наша следующая задача будет состоять в том, чтобы определить способы построения соответствующих распределений населения по доходам.

13.2. Построение распределения населения по доходам для социальной и демографической структуры населения

Каждый сценарий социальной политики, в том числе и нулевой (инерционный), содержит, как мы видели, несколько направлений (этапов) трансформации доходов населения. Родовой признак инерционного (нулевого) сценария состоит в том, что соответствующие преобразования доходов регулируются в этом случае социальным законодательством начала базового периода (время t_0).

Расчет доходов на разных уровнях трансформационной вертикали включает в себя два принципиально различных шага:

- первый шаг состоит в анализе распределения населения по (просто) доходам. Этот шаг может основываться на выявленной в предыдущих работах социальной структуре населения и его доходов и разработанных методах прогноза на ближнюю перспективу. Такой этап реализуется независимо от тех или иных предположений о социальном законодательстве и его эволюции, поскольку он формируется на базе непосредственных статистических данных о доходах социальных слоев и групп;
- второй шаг состоит в расчете модифицированных доходов, подвергшихся трансформации в порядке проведения той или иной социальной политики и того или иного направления (этапа) ее. Поэтому этот шаг существенно зависит от сценария социальной политики, на который ориентируются соответствующие расчеты. Скажем, для того же нулевого (инерционного) сценария нужно будет ориентироваться на ситуацию, при которой вплоть до выбранного базового года $\overline{t}_{Б}$ никаких изменений в социальном законодательстве не происходило. В частности: ставка социального налога σ^0 оставалась на прежнем (высоком) уровне; подоходный налог с физических лиц оставался по-прежнему недифференцированным и очень низким; и т.д. Напротив, для итогового сценария нужно будет исходить из изменившейся ставки соцналога; альтернативный сценарий может предусмотреть дифференцированную шкалу налогообложения; и т.д.

Если сосредоточиться вначале только на инерционном сценарии, то первый шаг применительно к нему должен быть реализован в полном объеме (ибо он, собственно, и нацелен на выявление и прогноз (просто) доходов в предположении, что на них не влияют изменения в проводимой социальной политике). Второй же шаг утрачивает здесь свою альтернативность, целиком базируясь на социальном законодательстве начала базового периода. При этом построение инерционного сценария принципиально важно, поскольку при построении остальных необходимо отталкиваться именно от него.

Итак, прежде всего, требуется построить распределение населения по (просто) доходам. Как сказано, можно исходить из того, что социальная структура населения

N^t в разрезе социальных слоев Ф = (Т, П, S) (по функциональной структуре) и групп $\ell \in L$ (по социально-ролевой структуре):

$$N^t = \left\{N^t_{\Phi\ell},\ \Phi = (\text{Т}, \text{П}, S),\ \ell \in L_\Phi\right\} \tag{13.1}$$

сформирована для лет базового периода $t \in T_\text{Б}$ и прогнозирована на ближайшую перспективу (в частности, на год $t \in \bar{t}_\text{Б}$), равно как и их душевые доходы:

$$\nu^t = \left\{\nu^t_{\Phi\ell},\ \Phi = (\text{Т}, \text{П}, S),\ \ell \in L\right\}. \tag{13.2}$$

Напомним, что здесь под доходом $\nu_{\Phi\ell}$ понимается среднее значение функциональной составляющей душевого дохода исполнителя роли ℓ, а именно: трудовой доход при Ф = Т и $\ell \in L_\text{Т}$; предпринимательский доход при Ф = П и $\ell \in L_\text{П}$; социальный трансферт при Ф = S и $\ell \in L_S$.

Заметим еще, что оценка (13.2) для $t \in T_\text{Б}$ и (13.1), базирующаяся на официальной статистике доходов в разрезе различных социальных слоев и групп, не является полной. В силу существенной атранспарентности (непрозрачности) экономики РФ существуют значительные по величине каналы поступления нелегальных, скрываемых доходов как в адрес наемных работников и предпринимателей, получающих регистрируемый официальный активный доход (скрытые доходы), так и к теневым получателям, о которых статистике вообще ничего не известно (теневые доходы). Путем семиотического анализа статистических данных о доходах и структуре потребления (см. часть 2 (Тарасова и др., 2016)) удалось оценить отношение $\gamma_\text{Т}$ и $\gamma_\text{П}$ скрываемых доходов (точнее, верхней границы $\gamma_\text{Т}$ – для Т и нижней границы $\gamma_\text{П}$ – для П) к официальным, так что:

$$\nu^{tc}_{\text{Т}\ell} = \gamma^t_\text{Т}\nu^{t0}_{\text{Т}\ell},\ \forall \ell \in L_\text{Т} \text{ и } \nu^{tc}_{\text{П}\ell} = \gamma^t_\text{П}\nu^{t0}_{\text{П}\ell},\ \forall \ell \in L_\text{П},$$

где $\nu^{t0}_{\text{Т}\ell}$, $\nu^{t0}_{\text{П}\ell}$ – официальные (явные) составляющие доходов, а $\nu^{tc}_{\text{Т}\ell}$, $\nu^{tc}_{\text{П}\ell}$ – соответствующие неявные, скрываемые доходы.

Тогда все активные (трудовые и предпринимательские) доходы соответствующих социальных групп ℓ будут представлены соотношениями (13.3):

$$\nu^t_{\text{Т}\ell} = \nu^{t0}_{\text{Т}\ell} + \nu^{tc}_{\text{Т}\ell} = \left(1 + \gamma^t_\text{Т}\right)\nu^{t0}_{\text{Т}\ell} \text{ при } \ell \in L_\text{Т}; \tag{13.3}$$

$$\nu^t_{\text{П}\ell} = \nu^{t0}_{\text{П}\ell} + \nu^{tc}_{\text{П}\ell} = \left(1 + \gamma^t_{П}\right)\nu^{t0}_{\text{П}\ell} \text{ при } \ell \in L_\text{П}.$$

Это позволяет рассматривать $\gamma^t_\text{Т}$, $\gamma^t_\text{П}$ как поправки к официальным данным о доходах наемных работников и предпринимателей, необходимые для перехода к их полным оценкам с добавочным учетом трансфертов (льгот и т.п.).

Что касается теневых наемных работников (ℓ = 13) и теневых предпринимателей (ℓ = 14), то в формулах (13.3) необходимо для них принять официальные доходы равными 0, так как мы рассматриваем только первичную теневую занятость, как отмечено в части 2 (Тарасова и др., 2016).

Структуру доходов, учитывающую наличие как явных, официальных, так и неявных, скрываемых доходов, будем называть имплицитной (неявной, с точки зрения официальной статистики) структурой. Для формального представления обобщенной таким образом структуры доходов населения введем индекс I, принимающий два значения $I = 0, C$ и запишем (13.4) вместо (13.2):

$$\nu^t = \{\nu^{It}_{\Phi\ell},\ I = 0, C;\ \Phi = \left(\text{Т}, \Pi, S\right),\ \ell \in L_\Phi\}. \tag{13.4}$$

Это и будет полным представлением структуры доходов населения в разрезе социальных слоев и групп и с учетом имплицитной и функциональной структуры самих доходов. Мы будем называть ее социальной структурой доходов.

Два показателя ((13.1) и (13.4)):

$$N^t = \left\{N^t_{\Phi\ell},\ \Phi = (\text{Т}, \Pi, S),\ \ell \in L_\Phi\right\}$$

и $$\nu^t = \{\nu^{It}_{\Phi\ell},\ I = 0, C;\ \Phi = \left(\text{Т}, \Pi, S\right),\ \ell \in L_\Phi\} -$$

дают полную картину структуры и доходов населения в социальном разрезе. Мы будем называть ее соответственно социальной структурой населения и его доходов (СС)[11].

Возвращаясь к задаче построения распределения населения по доходам, соответствующего СС, оставим пока динамический аспект в стороне и сосредоточимся на одном моменте t (индекс которого поэтому пока можно опустить; далее мы вернемся к интересующему нас моменту $t = \bar{t}_{\text{Б}}$). Тогда СС может быть записана как:

$$N = \{N_{\Phi\ell},\ \Phi = (\text{Т}, \Pi, S),\ \ell \in L_\Phi\}, \tag{13.5}$$

$$\nu = \{\nu^I_{\Phi\ell},\ I = 0, C; \Phi = \left(\text{Т}, \Pi, S\right),\ \ell \in L_\Phi\}. \tag{13.6}$$

Заметим теперь, что доходы (13.6), это не те доходы, которые нужно учитывать при распределении населения по доходам. Это личные доходы людей, активные (если человек занимается трудовой или предпринимательской деятельностью) или пассивные, полученные в порядке социальной помощи (пособия, социального трансферта). Но личные доходы человека определяют его уровень жизни не непосредственно, а лишь через обобществление всех доходов членов семьи, в которую он входит, и перераспределения их на потребительские и накопительные цели как общесемейного характера (например, затраты на жилье и коммунальные услуги), так и индивидуального (в разрезе каждого члена семьи). Уровень жизни человека скорее определяется среднедушевой величиной дохода его семьи, нежели его личным доходом.

[11] О структуризации состава населения см. также часть 1 (Фаерман и др., 2015).

Другими словами:

1) единицами, по доходам которых нужно оценивать ординаты распределения, должны быть не индивиды, а простые семьи, точнее, их типы СДТС ($\theta \in \theta$);

2) единичными доходами должны быть доходы последних (V_θ);

3) ордината распределения – численность людей с такими доходами – должна формироваться:

- в абсолютном измерении (N_θ) – числом F_θ семей типа θ, приходящихся на данный уровень (интервал) доходов, умноженным на размер этих семей (k_θ):

$$N_\theta = F_\theta\, k_\theta, \tag{13.7}$$

- в относительном измерении (x_θ) – этими же численностями, деленными на общую численность населения, т.е.

$$N_\theta = F_\theta\, k_\theta \text{ и } x_\theta = \frac{N_\theta}{N}. \tag{13.8}$$

Следовательно, для построения распределения населения по доходам необходимо перейти от СС (где структурные единицы – это индивиды, исполнители разных социальных ролей) к социально-демографической семейной структуре населения и его семейных доходов (СДСС). Здесь структурными единицами являются простые семьи разного демографического размера и разной социальной принадлежности ее членов ($\theta \in \theta$, L_θ, M_θ). Напомним (см. формулы (12.1)–(12.3) в разделе 12.1), что тип θ такой семьи (СДТС) определяется ее социальным профилем L_θ и социально-демографическим составом M_θ при размере семьи k_θ (численности ее членов), где

$$L_\theta = \{\ell, \ell \in L\} \text{ и } k_\theta = \sum_{\ell \in L_\theta} m_{\theta\ell}. \tag{13.9)–(13.10}$$

Задать социально-демографическую семейную структуру населения (в некотором году t) означает: для каждого типа семьи θ из всего множества θ, используемого для описания этой структуры[12], указать количество семей F_θ, входящих в состав рассматриваемого населения, или мощность ансамбля семей F:

$$F = \{ F_\theta,\ \forall \theta \in \theta \}. \tag{13.11}$$

Подобным же образом задать СДСС означает: для каждого типа семьи $\theta \in \theta$ указать не только мощность F_θ ансамбля семей $\theta \in \theta$ (13.11), но и средний доход V_θ семьи $\theta \in \theta$ или общий доход V_θ ансамбля семей, так что $V_\theta = \nu_\theta F_\theta$ и $V = \{ V_\theta,\ \forall \theta \in \theta \}$. Таким образом, СДСС задается соотношениями:

---

[12] В работе (Фаерман и др., 2000) описано, как из всего теоретически возможного множества СДТС $\{\theta\}$, можно выделить «обозримое» (~120 типов) количество «перспективных» СДТС $\{\theta \in \theta\}$.

F={ $F_\theta,\ \forall\theta\in\theta$ } и V={ $V_\theta,\ \forall\theta\in\theta$ } при $V_\theta=\nu_\theta F_\theta$. (13.12)–(13.13)

Легко находится – из заданной для СДСС населения формулы (13.12) с учетом социальной характеризации самих семей (13.7)–(13.8) – величина N_ℓ, которая определяет социальную структуру (СС) населения $N_\ell,\ \forall\ell\in L$. Чтобы уточнить характер соответствия СДСС населения и его доходов (см. (13.12)–(13.13)) социальной структуре (СС) населения и его доходов (N^t, ν^t ; см. (13.1)–(13.4)), нужно суммировать – (с учетом (13.1), (13.5), (13.7)–(13.8) и (13.12)) – численности исполнителей каждой социальной роли $\ell\in L$ по всем семейным ансамблям $\theta\in\theta$ (т.е. по СДСС), чтобы получить значение N_ℓ:

$$N_\ell=\sum_{\theta\in\theta}F_\theta m_{\theta\ell}.$$

Таким образом, для соответствия СДСС и СС необходимо, чтобы:

$$\sum_{\theta\in\theta}F_\theta m_{\theta\ell}\ =\ N_\ell,\ \forall\ell\in L. \qquad (13.14)$$

Точно так же – в отношении доходов.

Доход ν_θ семьи $\theta\in\theta$ будет, в соответствии с (13.6):

$$\nu_\theta=\sum_{\ell,\Phi}\nu^I_{\Phi\ell}m_{\theta\ell},\ I=0,\ C, \qquad (13.15)$$

где суммирование ведется по всем $\ell\in L_\theta$. При этом Ф = Т, если $\ell\in L_{\text{Т}}$; Ф = П, если $\ell\in L_{\text{П}}$; $\Phi=S$, если $\ell\in L_S$.

Доход же всего ансамбля семей $\theta\in\theta$ численностью F_θ составит

$$V_\theta=\nu_\theta F_\theta. \qquad (13.16)$$

Из них на группу $\ell\in L_\theta\in L$ приходится, в расчете на семью θ:

$$V_{\theta\ell}=\sum_{\Phi,I}\nu^I_{\Phi\ell}m_{\theta\ell}$$ при суммировании по Ф = (Т, П, S) и I = 0, C, (13.17)

а в расчете на весь ансамбль семей θ получаем:

$$V_{\theta\ell}=\nu_{\theta\ell}F_\theta. \qquad (13.18)$$

Легко видеть, что по (13.15) и (13.17) V_θ и $V_{\theta\ell}$ не зависят от пропорций СДСС, т.е. от величин F_θ. Следовательно, выражения (13.16) и (13.18) – линейные относительно F_θ. Таким образом, соответствие СДСС и СС по доходам социальных групп ℓ будет обеспечено, если:

$$\sum_{\forall\theta\in\theta}\nu_{\theta\ell}F_\theta=V_\ell,\ \forall\ell\in L,$$

где суммирование идет по $\forall\theta\in\theta$ (так – и далее). (13.19)

Кроме того, статистика численностей и доходов ведется не только в разрезе социальных групп ℓ (N_ℓ, V_ℓ), но и в разрезе демографических типов семей k (т.е. по размерам семей $k=\overline{1,5}$) – после перехода от исходных сложных семей к простым (Тарасова и др., 2016). Именно, даются численности F_k семей каждого такого типа и приходящиеся на них доходы (V_k). Отсюда, по аналогии с (13.14), будем иметь:

- во-первых, уравнение баланса общей численности семей – по СДСС и демографической структуре (ДС):

$$\sum_{\forall\theta\in\theta} F_\theta = F_k \text{, где } \theta_k = \theta \cap \theta_k, \tag{13.20}$$

при этом θ_k есть множество семей θ, где $k_\theta = k : \theta_k = \{\theta : k_\theta = k\}$;

- во-вторых, уравнение баланса доходов по этим группам семей (где ν_θ по-прежнему определяется по (13.15)):

$$\sum_{\theta\in\theta} \nu_\theta F_\theta = V_k .$$

Таким образом, СДСС населения и его доходов будет соответствовать социальной и демографической структурам их, если выполняются условия:

$$\sum_{\theta\in\theta} m_{\theta\ell} F_\theta = N_\ell, \ \forall \ell \in L, \tag{13.21}$$

$$\sum_{\theta\in\theta} \nu_{\theta\ell} F_\theta = V_\ell, \ \forall \ell \in L, \tag{13.22}$$

$$\sum_{\theta\in\theta} F_\theta = F_k, \ \forall k \in (\overline{1,5}), \tag{13.23}$$

$$\sum_{\theta\in\theta_k} \nu_\theta F_\theta = V_k, \ \forall k \in (\overline{1,5}), \tag{13.24}$$

где ν_θ и $\nu_{\theta\ell}$ определяются по (13.15) и (13.17), а θ_k – по (13.20).

Итак, мы имеем 2·14 + 2·5 = 38 линейных уравнений для определения численностей семей F_θ, $\forall\ \theta\in\theta$. По соображениям достаточной представительности, с одной стороны, и реализуемости, с другой, ранее в работе (Фаерман и др., 2000) была оценена размерность множества $\theta : |\theta| \sim 120$. Чтобы сделать задачу определенной, нужно наложить на искомое множество переменных $F = \{F_\theta,\ \theta\in\theta\}$ некоторую систему предпочтений, которая превратила бы ее в оптимизационную.

Для этого (при множестве типов СДТС) были оценены также вероятности P_θ образования семьи θ данного типа, исходя из «встречаемости» индивидов-исполнителей социальных ролей $\ell \in L_\theta$ и близости L_θ (социального профиля семьи θ) к одному или нескольким типичным. Если рассматривать формирование СДСС как случайный процесс, то эти величины P_θ должны играть роль микровероятностей элементарных событий (образования семей типа θ). Состояние макросистемы может быть описано вектором $F_\theta = \{F_\theta,\ \forall\theta\in\theta\}$, который мы будем поэтому называть макросостоянием. Макропроцесс будет состоять в смене макросостояний во времени. Если вероятности P_θ микросостояний известны, то оценить вероятность P некоторого макросостояния $F_\theta = \{F_\theta,\ \forall\theta \in \theta\}$ можно с помощью известного «энтропийного» выражения:

$$E\left(F_\theta\right) = \ln P\left(F_\theta\right) = \sum_{\theta\in\theta} F_\theta \ln \frac{P_\theta}{F_\theta}. \tag{13.25}$$

Функционал (13.25) имеет очень острый максимум, так что вероятность пребывать в оптимальном по (13.25) состоянии многократно превышает пребывание в уже ближайших к нему вероятностных состояниях. Практически будет реализовываться поэтому только состояние, соответствующее максимуму энтропии:

$$E\left(F_\theta\right) = \ln P\left(F_\theta\right) = \sum_{\theta\in\theta} F_\theta \ln \frac{P_\theta}{F_\theta} \to \max.$$

Энтропия является логарифмом вероятности P макросостояния, но для характеристики последней (вероятности) используют именно ее, как имеющую более простое выражение. Монотонная же зависимость функции от аргумента в этом случае приводит к тому, что определяется оптимум в одной и той же точке пространства переменных $\{\theta\}$, каким бы выражением функционала ни пользоваться.

Итак, мы можем определить направленность поиска семейного состава населения (СДСС) как структуры $\{F_\theta\}$, доставляющей максимум энтропии $E(F_\theta)$.

13.3. Семейная структура населения и семейный состав децилей

Можно теперь формализовать задачу поиска искомой семейной структуры населения с учетом ограничений (13.21)–(13.24), обеспечивающих соответствие искомой структуры известным социально-экономическим (рамочным) условиям, и естественных ограничений на неотрицательность переменных F_θ. Представим эту задачу в виде следующей оптимизационной проблемы:

$$E = \sum_{\theta\in\theta} F_\theta \ln \frac{P_\theta}{F_\theta} \to \max, \tag{13.26}$$

$$\sum_{\theta\in\theta} m_{\theta\ell} F_\theta = N_\ell,\ \forall \ell \in L, \tag{13.27}$$

$$\sum_{\theta\in\theta} \nu_{\theta\ell} F_\theta = V_\ell,\ \forall \ell \in L, \tag{13.28}$$

$$\sum_{\theta\in\theta_k} F_\theta = F_k,\ \forall k \in (\overline{1,5}), \tag{13.29}$$

$$\sum_{\theta\in\theta} \nu_\theta F_\theta = V_k,\ \forall k \in (\overline{1,5}), \tag{13.30}$$

$$F_\theta \ge 0, \forall\theta \in \theta. \tag{13.31}$$

Для решения такой нелинейной оптимизационной задачи могут быть использованы существующие программы (см. (Фаерман и др., 2000)). В соответствии с числом уравнений (13.27)–(13.30), в решении может быть не более $|\overline{\overline{\theta}}|$ = 38 ненулевых переменных.

Множество $\overline{\overline{\theta}}$ типов семей (СДТС) таких, что соответствующие $\theta \in \overline{\overline{\theta}}$ и F_θ, $\theta \in \overline{\overline{\theta}}$ доставляют максимум энтропии (13.26) – при выполнении также балансовых условий и ограничений $F_\theta \geq 0$, будем считать актуальным (реализующимся) множеством СДТС. Оно, конечно, является подмножеством размерности не более 38, по числу нетривиальных ограничений (13.27)–(13.28) «актуализированного» множества θ:

$$\overline{\overline{\theta}} \subset \theta, \ |\overline{\overline{\theta}}| = 38. \tag{13.32}$$

Нахождение актуального множества $\overline{\overline{\theta}}$ типов семей в населении (на данный момент времени *t*) имеет фундаментальное значение.

Во-первых, определение всей СДСС, т.е., в данном контексте, численностей семейных ансамблей F_θ, $\theta \in \overline{\overline{\theta}}$, сводится в этом случае к решению системы линейных уравнений (13.27)–(13.30). А они, безусловно, имеют неотрицательное решение в силу существования $\overline{\overline{\theta}}$: F_θ удовлетворяет балансовым условиям, если $\theta \in \overline{\overline{\theta}}$.

Во-вторых, при переходе от уровня «1» трансформационной вертикали доходов (к которому относятся непосредственные статистические данные о доходах населения[13]), ко всем остальным уровням, социально-демографическую структуру населения нужно считать неизменной, поскольку трансформации касаются только величины доходов $\nu_{\Phi\ell}^{It}$ и V_θ^t, но не состава семей M_θ и не пропорций семейной структуры F_θ. Если мы введем *r* (номер уровня трансформационной вертикали доходов), то можем записать это так:

$$\overline{\overline{\theta}}_r = \overline{\overline{\theta}}_1 = \overline{\overline{\theta}}, \ \forall r \in (0,5); \tag{13.33}$$

$$F_{\theta r} = F_{\theta 1} = F_\theta, \ \forall \theta \in \overline{\overline{\theta}}, \ \forall r \in (0,5); \tag{13.34}$$

В-третьих, можем принять, что:

$$\overline{\overline{\theta}} = \{\theta\}, \tag{13.35}$$

И распространить соответствующие условия на произвольную подгруппу его в качестве «мажорирующей» структуры.

Это означает следующее. Пусть α – некоторая подгруппа населения, а $\overline{\overline{\theta}}_\alpha$ – актуальное множество типов семей, входящих в ее состав. Оно может быть получено,

[13] См. этап (*e*) = 0 в графах 4 и 5 табл. 12.1 раздела 12.

в принципе, тем же путем, что и для всего населения, если «окаймляющие условия» $N_{\ell\alpha}$, $V_{\ell\alpha}$, $F_{k\alpha}$, $V_{k\alpha}$ в (13.27)–(13.30) для подгруппы α известны. Будем употреблять термин «каркас семейной структуры» для обозначения этого множества $\overline{\overline{\theta}}_\alpha$, чтобы подчеркнуть его фундаментальное значение в ее (структуры) определении, но в то же время отличить его от всей СДСС, которая содержит в своем составе также количественные пропорции F_θ, $\theta \in \overline{\overline{\theta}}_\alpha$. Итак, пусть выявлен семейный состав $\overline{\overline{\theta}}_\alpha$ подгруппы α населения. Тогда термин «мажорирует» означает, что всякий тип семьи, входящий в семейную структуру подгруппы α: $\theta \in \overline{\overline{\theta}}_\alpha$ – обязательно присутствует и в семейной структуре всего населения $\theta \in \overline{\overline{\theta}}$. Действительно, если тип семьи θ входит в семейную структуру подгруппы α, то

$$F_{\theta\alpha} > 0. \tag{13.36}$$

Пусть β – текущий (переменный) индекс остальных подгрупп, на которые может быть разбито все население. Тогда можно утверждать, что:

$$F_\theta = F_{\theta\alpha} + \sum_\beta F_{\theta\beta}. \tag{13.37}$$

Если $F_{\theta\alpha}$ >0, то и $F_\theta > 0$, поскольку $F_{\theta\beta} \geq 0, \forall\beta$, по смыслу величин $F_{\theta\beta}$. Но если $F_\theta > 0$, то $\theta \in \overline{\overline{\theta}}$. Это и значит, что если $\theta \in \overline{\overline{\theta}}_\alpha$, то $\theta \in \overline{\overline{\theta}}$, $\forall\alpha$. (13.38)

В частности, если мы рассмотрим подецильную группировку населения, то можно утверждать, что семейный состав $\overline{\overline{\theta}}_j$ каждого дециля будет мажорироваться семейным составом всего населения $\overline{\overline{\theta}}$. Другими словами, в семейном составе населения дециля $\overline{\overline{\theta}}_j$ не может быть типа семьи, которого не было бы в семейном составе $\overline{\overline{\theta}}$ всего населения. Это, в свою очередь, означает, что поиск оптимизирующей структуры $\overline{\overline{\theta}}_j$ может осуществляться не на всем актуализированном массиве $\hat{\theta}$, как для всего населения, но на более чем втрое суженном массиве $\overline{\overline{\theta}}$ ($|\overline{\overline{\theta}}|$ = 38, $|\tilde{\theta}|$ =120).

Последнее замечание важно ввиду того, что установление СДСС всего населения ($\overline{\overline{\theta}}$, F_θ, $\theta \in \overline{\overline{\theta}}$) все-таки недостаточно для выявления полной картины дифференциации семей по уровню дохода. В самом деле, каждому типу семей из актуального множества семей $\overline{\overline{\theta}}$ в результате решения задачи (13.26)–(13.31) приписывается один и тот же доход V_θ, $\theta \in \overline{\overline{\theta}}$, который в действительности, очевидно, является средним доходом этого типа семей. Для большинства типов семей характерна еще высокая дифференциация доходов внутри каждого типа.

Для заполнения этого пробела нужно, прежде всего, установить подецильную структуру краевых (рамочных) условий задачи (13.26)–(13.31), т.е. найти величины $N_{\ell j},\ V_{\ell j},\ F_{kj},\ V_{kj}, \forall \ell, k,\ j$.

Здесь мы опять должны вернуться к предыдущим работам (например, (Фаерман и др., 2000, 2005)), напомнив использованный там подход. Перечисленные двухиндексные структуры можно представлять себе как матрицы $\|N_{\ell j}\|,\ \|V_{\ell j}\|,\ \|F_{kj}\|,\ \|V_{kj}\|$. Найдем окаймляющие итоги этих матриц:

1) $\sum\limits_j N_{\ell j} = N_\ell$ – общая численность исполнителей роли ℓ и $\sum\limits_\ell N_{\ell j} = N_j$ – общая численность населения, относящегося к децилю *j*. Здесь N_ℓ есть элемент социальной структуры населения; уже рассматривались как этап его выявления на базе, так и прогноз его на перспективу. Величина N_j – это численность дециля, равная 0, 1*N*, $\forall j$, где *N* – соответствующая (по *t*) численность населения;

2) $\sum\limits_j V_{\ell j} = V_\ell$ – доход населения, относящегося к социальной группе ℓ. Это элемент социальной структуры доходов населения. Он также известен, если мы располагаем социальной структурой населения и его доходов (*N*,*V*). Доход, приходящийся на население дециля *j*, есть $\sum\limits_\ell V_{\ell j} = V_j = N_j \nu_j$, где ν_j – среднедушевой доход в дециле *j*. Эти величины, равно как и душевые доходы ν_j, в статбазе системы НДП являются элементами статистики доходов (или рассчитываются) в подецильном разрезе. На близкую перспективу они хорошо прогнозируются;

3) $\sum\limits_j F_{kj} = F_k$ – численность *k*-семей (с размером семьи «*k*»). Статистику семей и их доходов по группам исходных (в том числе сложных) семей разного размера «*k*» систематически ведут статорганы, что дополняется пересчетом в системе НДП на простые семьи. Известна $\sum\limits_k F_{kj} = F_j$ – общая численность семей в населении дециля *j*. Статорганы дают сведения о среднем размере исходной семьи в подецильном разрезе, что используется для расчета того же для простой семьи (f_j). Тогда $F_j = \dfrac{N_j}{f_j}$ немедленно определяется;

4) $\sum\limits_j V_{kj} = V_k$ – суммарный доход *k*-семей; его статистика также ведется;

5) наконец, $\sum\limits_k V_{kj} = V_j$ – суммарный доход населения дециля *j* (см. п. 2).

Итак, окаймляющие итоги искомых матриц известны.

Вообще задача восстановления какой-либо матрицы $\|X_{ij}\| = \|x_{ij}\|$ по ее окаймляющим итогам X_i, X_j является неопределенной, поскольку сводится к решению (относительно величин x_{ij}) системы:

$$\begin{cases} \sum\limits_j x_{ij} = X_i, \ \forall i \in I; \\ \sum\limits_i x_{ij} = X_j, \ \forall j \in J. \end{cases} \tag{13.39}$$

Эта система содержит $(I+J)$ уравнений для $I \cdot J$ переменных, т.е. является недоопределенной (при $I, J > 2$). Но задача становится однозначно определенной, если известно одно начальное приближение $X^0 = \left\| x_{ij}^0 \right\|$, которое может и не удовлетворять балансовым условиям (13.39), но соответствует искомому решению X по общему масштабу ($X^0 = X$), где:

$$\sum_j x_{ij}^0 = X_i^0, \ \sum_i X_i^0 = \sum_j X_j^0 = X^0; \ \sum_i X_i = \sum_j X_j = X;$$

$$\sum_j x_{ij}^0 = X_j^0, \ X^0 = X,$$

а также – по качественным характеристикам, которые и выделяют искомое решение из всего множества возможных. Более того, существуют эффективные алгоритмы (балансировки матриц), ведущие от начального приближения к однозначно детерминированному (им) сбалансированному (т.е. к удовлетворяющему (13.39) решению). Методы такой балансировки, равно как и методы построения необходимых начальных приближений, кратко представлены в приложениях 1–2 и описаны в предыдущих работах (см., например, (Фаерман и др., 2000, 2005)).

13.4. Особенности постановки задачи определения семейной структуры населения

Сейчас будем предполагать, что соответствующие задачи восстановления матриц ($N^t_{\ell j}$, $V^t_{\ell j}$) и (N^t_{kj} (и F^t_{kj}), V^t_{kj}) – по их окаймляющим итогам (N_ℓ^t, V_ℓ^t; N_j^t, V_j^t; N_k^t, F_k^t; V_k^t) – решены. Обозначим это в виде:

$$\left.\begin{matrix} N_\ell^t \\ N_j^t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\| N_{\ell j}^t \right\| \text{ и } \left.\begin{matrix} V_\ell^t \\ V_j^t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\| V_{\ell j}^t \right\|; \tag{13.40}$$

$$\left.\begin{matrix} N_k^t, F_k^t \\ N_j^t, F_j^t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \left\| N_{kj} \right\|, \text{ и } V_k^t \\ \left\| F_{kj} \right\|, \text{ и } V_j^t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\| V_{kj}^t \right\|. \tag{13.41}$$

Таким образом, можно считать, что мы располагаем величинами $N^t_{\ell j}$, $V^t_{\ell j}$; N^t_{kj}, F^t_{kj}, V^t_{kj}, которые образуют «рамочные условия» для определения семейной структуры

$F_{\theta j}$ населения дециля j в соответствии с постановкой (13.27)–(17.31). Применительно к децилю j она теперь будет выглядеть как:

$$\sum_{\theta\in\overline{\overline{\theta}}} m_{\theta\ell} F^t_{\theta j} = N_{\ell j},\ \forall \ell \in L, \tag{13.42}$$

$$\sum_{\theta\in\overline{\overline{\theta}}} \nu^t_{\theta\ell j} F^t_{\theta j} = V_{\ell j},\ \forall \ell \in L\,, \tag{13.43}$$

$$\sum_{\theta\in\overline{\overline{\theta}}_k} F^t_{\theta j} = F^t_{kj},\ \forall k \in \left(\overline{1,5}\right), \tag{13.44}$$

$$\sum_{\theta\in\overline{\overline{\theta}}_k} \nu^t_{\theta j} F^t_{\theta j} = V^t_{kj},\ \forall k \in (\overline{1,5})\,, \tag{13.45}$$

$$F_{\theta j} \geq 0, \forall \theta \in \overline{\overline{\theta}}. \tag{13.46}$$

Имеются определенные особенности постановки (13.42)–(13.46). Допустимое множество неизвестных $\{F_{\theta j}\}$ для данного дециля «j» имеет размерность, определяемую числом $\left|\overline{\overline{\theta}}\right|$, согласно третьему из сделанных выше замечаний. Это значит, что число ненулевых переменных задачи (13.42)–(13.46) $\left|\overline{\overline{\theta}}_j\right|$ не превышает $\left|\overline{\overline{\theta}}\right|$: $\left|\overline{\overline{\theta}}_j\right| \leq \overline{\overline{\theta}},\ \forall j.$

Невырожденный случай будет состоять, очевидно, в том, что

$$\left|\overline{\overline{\theta}}_j\right| \leq \left|\overline{\overline{\theta}}\right| \tag{13.47}$$

в том случае, если система (13.42)–(13.46) имеет положительное решение $F_{\theta j} > 0,\ \forall \theta$ при данном j. Экономический смысл этого случая определяется тем, что дециль j, для которого выполняется (13.47), имеет тот же каркас социально-демографической структуры $\overline{\overline{\theta}}_j = \overline{\overline{\theta}}$, что и все население в целом, – но, вообще говоря, другие численности и пропорции соответствующих семейных ансамблей $F_{\theta j}$ и F_θ, $\theta \in \overline{\overline{\theta}}_j = \overline{\overline{\theta}}$:

$$F_{\theta j} \neq F_\theta,\ \theta \in \overline{\overline{\theta}}_j = \overline{\overline{\theta}} \text{ и } \frac{F_{\theta' j}}{F_{\theta'' j}} \neq \frac{F_{\theta'}}{F_{\theta''}},\ \theta \in \overline{\overline{\theta}}_j = \overline{\overline{\theta}}.$$

В этом случае определение СДСС дециля j сводится к решению системы (13.42)–(13.46), которая, по предположению, имеет чисто положительное решение $F_{\theta j} > 0$, так что (13.46) выполняется автоматически.

Второй возможный случай представится, когда некоторые из переменных $F_{\theta j},\ \exists\theta$ в решении системы обращаются в нули. Обозначая $\theta^0_{j1} = \exists\theta$ множество этих переменных, будем иметь:

$$F_{\theta j} = 0,\ \theta \in \theta^0_{j1}. \tag{13.48}$$

В этом случае соотношения (13.46) остаются выполненными, но система (13.42)–(13.45), если положить в ней заранее $F_{\theta j} = 0$, $\theta \in \theta^0_{j1}$ по (13.48), оказывается переопределенной: число уравнений превышает число неизвестных. Наличие решения такой системы означает, что в этом случае некоторые из уравнений становятся следствиями остальных. Исследование экономической природы таких ситуаций представляет определенный интерес.

Рассмотрим, например, случай т.н. социальных семей. Социальными называем семьи, не содержащие получателей активных доходов – ни трудовых, ни предпринимательских. Все члены семьи – «чистые» трансфертники, получатели исключительно социальных трансфертов в денежной форме (социальных выплат): пенсий, стипендий, социальных пособий. Например, это семьи, потерявшие среднее из трех представленных в них поколений (пенсионеры, оставшиеся воспитывать своих внуков после смерти их родителей), или семья, состоящая из неработающей матери-одиночки и детей (взрослых, получающих стипендии, и малолетних), и т.д. Общий доход таких семей очень слабо зависит от номера дециля j, в котором «оказывается» такая семья: детские пособия вообще не зависят от него, то же практически относится к стипендиям. Пенсии косвенно зависят от номера дециля, поскольку настоящий уровень и условия жизни (жилье, обстановка, бытовая техника) несут на себе следы уровня их бывших активных доходов, от которых зависят и пенсии.

Но во всех случаях можно зафиксировать некоторые уровни $\bar{\nu}_{\ell S}$, выше которых социальные трансферты каждого данного вида «S» ни при каких условиях подняться не могут:

$$\nu_{\ell S}(j) \le \bar{\nu}_{\ell S}\,. \tag{13.49}$$

В этих ситуациях суммарный доход социальной семьи из дециля j:

$$V_{\theta j} = \sum_{\ell,s} m_{\theta\ell}\nu_{\ell S}(j) \tag{13.50}$$

должен составлять величину, не превышающую

$$\bar{V}_\theta = \sum_{\ell,S} m_{\theta\ell}\bar{\nu}_{\ell s}\,. \tag{13.51}$$

С другой стороны, в дециль j могут «попасть» лишь семьи, среднедушевой доход которых $v_\theta = \dfrac{V_\theta}{k_\theta}$, $k_\theta = \sum\limits_{\ell\in L_\theta} m_{\theta\ell}$ удовлетворяет условиям

$$\underline{\nu}_j \le \nu_\theta \le \bar{\nu}_j\,, \tag{13.52}$$

где $\underline{\nu}_j$, $\bar{\nu}_j$ – соответственно, нижняя и верхняя границы душевых доходов населения дециля j. В частности, должно быть $\nu_\theta \ge \underline{\nu}_j$ или, по (13.50)–(13.52):

$$\sum_{\ell,S} m_{\theta\ell}\bar{\nu}_{\ell S}(j) \ge k_\theta\underline{\nu}_j\,. \tag{13.53}$$

Если мы будем проверять выполнимость этого неравенства, последовательно «перемещаясь» из одного дециля в следующий, то увидим, что левая часть неравенства будет слабо расти, пока по (13.49) совсем не остановится на уровне $\bar{\nu}_\theta = \sum_{\ell,S} m_{\theta\ell}\bar{\nu}_{\ell S}$.

Правая же часть будет расти быстрее, чем в геометрической прогрессии, если просто посмотреть на статистику доходов в децильном разрезе. Очевидно, при некотором $j = j(\theta)$ неравенство (13.53) перестанет выполняться. Для таких θ, j мы должны положить:

$F_{\theta j} = 0,\ \forall j \geq j(\theta)$ для данного θ при условии, что $\theta \in \theta_S$, где θ_S – множество СДТС, являющихся социальными семьями.

Другой интересный пример. Множество простых семей-«пятерок» (размер семьи ≥ 5 за счет числа детей) оказывается совершенно не представленным в старших, «богатых» децилях; во всяком случае:

$$F_{kj} = 0,\ k = 5,\ j = J. \tag{13.54}$$

Тот факт, что система «сама» обнулила некоторые переменные $\theta \in \theta^0_{j1}$, подстроив остальные переменные так, что переопределенная система уравнений восстановила свою совместность, говорит об уже достигнутой адаптированности системы к «освобождению» ее от некоторых «непрофильных» переменных (типов семей).

Наконец, третья возможность при решении системы (13.42)–(13.45) состоит в том, что некоторые $\exists F_{\theta j},\ \theta \in \overline{\overline{\theta}}_j$ из неизвестных оказываются отрицательными. Обозначая их множество $\overline{\theta}_{j1} : \overline{\theta}_{j1} = \exists F_{\theta j} :\ F_{\theta j} < 0$, можем зафиксировать: $F_{\theta j} < 0,\ \forall \theta \in \overline{\theta}_{j1}$.

В этом случае оптимизация системы должна быть направлена не на поиск «тонкой подстройки» пропорций семейной структуры населения, а прежде всего на адаптацию социального каркаса к новым (для данного j) рамочным условиям, которые теперь, при данной структуре, совершенно не выполняются (решение с отрицательными переменными – неприемлемо).

Такую переориентацию задачи можно отобразить, заменив «энтропийный» функционал E_j в постановке (13.25a), применительно к децилю j, т.е.

$$E_j = \sum_{\theta \in \overline{\overline{\theta}}} F_{\theta j} \ln \frac{P_{\theta j}}{F_{\theta j}}, \tag{13.55}$$

на сумму квадратичных навязок ограничений D_j:

$$D_j = \sum_\ell n^2_{\ell j} + \sum_\ell \nu^2_{\ell j} + \sum_k f^2_{kj} + \sum_k \nu^2_{kj} \to \min,$$

$$\sum_\theta m_{\theta\ell} F_{\theta j} + n_{\ell j} = N_{\ell j},$$

$$\sum_\theta \nu_{\theta\ell j} F_{\theta j} + \nu_{\ell j} = V_{\ell j}, \tag{13.56}$$

$$\sum_{\theta} F_{\theta j} + f_{kj} = F_{kj},$$

$$\sum_{\theta} \nu_{\theta j} F_{\theta j} + \nu_{kj} = V_{kj},\ \forall F_{\theta j} \geq 0.$$

Но в этом случае получаем задачу квадратического программирования. Возможный алгоритм решения ее состоит в следующем:

- решаем систему уравнений (13.42)–(13.45);
- находим $\{\bar{\theta}_{j1}:\ F_{\theta} < 0,\ \text{если}\ \theta \in \bar{\theta}_{j1}\}$, т.е. множество СДТС θ с отрицательными значениями F_{θ} в решении (13.42)–(13.45);
- полагаем $F_{\theta} = 0,\ \forall\theta \in \bar{\theta}_{j1}$, т.е. обнуляем отрицательные компоненты решения;
- матрица коэффициентов системы (13.42)–(13.45) становится вытянутой по вертикали: количество строк в ней осталось прежним ($|\bar{\bar{\theta}}|$), количество же столбцов уменьшилось на $|\bar{\theta}_{j1}|$. Образуем квадратные миноры этой матрицы (с размерностью, равной числу неизвестных ($|\bar{\bar{\theta}}| - |\bar{\theta}_{j1}|$)) и решаем соответствующие системы уравнений;
- если находится такое решение θ_j^*, что $F_{\theta} > 0,\ \forall\theta \in \theta_j^* \subset \bar{\bar{\theta}};\ F_{\theta} = 0,\ \forall\theta \in \bar{\bar{\theta}} \setminus \theta_j^*$, то оно и является искомым; если же нет, процесс должен быть продолжен.

Этот алгоритм возвращает нас в русло того же процесса: последовательно решаем систему (13.42)–(13.45) или то, что из нее получается после обнуления отрицательных неизвестных и формирования «дочерних» систем уравнений (соответствующих минорам исходной матрицы коэффициентов). При обнаружении допустимых (неотрицательных) решений, формируем множество θ_j^* и находим соответствующее ему решение $F_{\theta},\ \theta \in \theta_j^*$. При наличии отрицательных значений в каждой системе уравнений выбираем минор с минимальным количеством таких переменных, обнуляем их, решаем новую систему уравнений и т.д.

По завершении всего процесса (в разрезе $\forall j \in J$) находим:

1) множество $J^+ = \{j\colon \theta_j^* = \bar{\bar{\theta}}\}$, т.е. множество децилей, имеющих тот же каркас СДСС $\bar{\bar{\theta}}_j$, что и все население $\bar{\bar{\theta}}$. Такие децили «подстраивают» свою семейную структуру под свойственный им набор рамочных условий $N_{\ell j}$, $V_{\ell j}$, N_{kj}, F_{kj}, V_{kj} – только за счет вариации величин $F_{\theta j}$, $\theta \in \bar{\bar{\theta}}_j = \bar{\bar{\theta}}$, без каких бы то ни было «купюр» в самом семейном каркасе $\bar{\bar{\theta}}_j$. Это на самом деле наиболее распространенный тип СДСС и соответствующих децилей:

$$\bar{\bar{\theta}}_j = \bar{\bar{\theta}},\ j \in J^+; \tag{13.57}$$

2) множество J^0={j: $\exists F_{\theta j}=0$}. В этих децилях обнаруживается «недоступность» их для некоторых типов семей $\exists\theta\in\bar{\bar{\theta}}_j$, например, недоступность старших децилей для «социальных» семей $(\theta\in\theta_S)$, или для наиболее многодетных семей с $k = 5$ $(\theta<\theta_S)$. Обнуление численностей $F_{\theta j}$ таких семей не влечет за собой, однако, необходимость пересчета всей семейной структуры $F_{\theta j}$>0, $\forall\theta\in\bar{\bar{\theta}}$: система уже адаптировалась к соответствующим процессам.

Если мы обозначим:

$$\theta^{+}_{j0}=\{\theta: F_{\theta j}>0,\ \ j\in J^{0}\} \text{ и } \theta^{0}_{j0}=\{\theta,\ F_{\theta j}=0,\ \ j\in J^{0}\}; \tag{13.58}$$

соответственно множество СДТС с $F_{\theta j}$>0, входящих в дециль $j\in J^0$, и множество СДТС с нулевыми значениями $F_{\theta j}$ = 0, $j\in J^0$ то можем зафиксировать:

$$\bar{\bar{\theta}}_j=\theta^{+}_{j}+\theta^{0}_{j}=\bar{\bar{\theta}},\ \ j\in J^{0}; \tag{13.59}$$

3) множество $\bar{J}$ ={j: $\theta^{*}_{j}\subset\bar{\bar{\theta}}$, $\theta^{*}_{j}\neq\bar{\bar{\theta}}$}. Эти децили содержат СДТС с отрицательными численностями $F_{\theta j}$<0, $\theta\in\bar{\bar{\theta}}_j$. Обнуление их приводит к нарушению балансов (13.42)–(13.45) и требует пересчета всей семейной структуры, исходя из системы уравнений, получаемых после обнуления численностей отрицательных СДТС.

Если обозначить:

- во-первых, опять: $\theta^{+}_{j-}=\{\theta: F_{\theta j}>0,\ \ j\in\bar{J}\}$ – (13.60)

множество тех СДТС, которые подверглись «мягкому обнулению», так что вывод их из эффективной СДСС уже повлек за собой необходимую перестройку и социального каркаса, и межсемейных пропорций; более никаких сдвигов в этом плане не требуется (кроме, конечно, самого вывода этих СДСС из эффективной структуры, вполне «безболезненного»);

- и во-вторых, $\bar{\theta}_{j-}=\{\theta: F_{\theta j}<0,\ \ j\in\bar{J}\}$ – (13.61)

множество тех θ, которые войдут в процесс обнуления, получат нулевую «оценку» и будут выведены из состава эффективной СДСС соответствующего дециля;
то можем зафиксировать, что в окончательном виде такой эффективный каркас СДСС (θ^{*}_{j-}) будет:

$$\theta^{*}_{j-}=\theta^{+}_{j-}+\theta^{0}_{j-}=\bar{\bar{\theta}}_{j-}-\bar{\theta}_{j-}\subset\bar{\bar{\theta}}. \tag{13.62}$$

Это тот случай, когда рамочным условиям можно удовлетворить только за счет «жертв» в социальном каркасе семейной структуры, так что эффективное множество θ^{*}_{j-}, могущее обеспечить всю систему внешних балансов (13.42)–(13.46) рассматриваемого населения ($j \in \bar{J}$), здесь сокращается. Причина – СДТС, входящие в $\bar{\theta}_{j-}$, так как $\theta \in \bar{\theta}_{j-}$ «с шумом» выводятся из эффективной СДСС, оставляя за собой необходимость полного пересчета как семейных пропорций $F_{\theta j}$, $\theta^* \in \bar{\bar{\theta}} - \bar{\theta}_{j-}$, так и, возможно, каркаса семейной структуры θ^*.

Такая трудоемкая процедура сводима к простым элементам. Подведем итоги ее реализации.

Итак, для каждого дециля j имеется:

Эффективная семейная структура (СДСС) θ_j^*, представляющая всю систему внешних связей его населения и либо совпадающая со СДСС всего населения

$$\theta_j^* = \bar{\bar{\theta}}, \text{ если } j \in J^+ \cup J^0, \tag{13.63}$$

либо образованная из нее путем одной или нескольких «купюр»:

$$\theta_j^* \subset \bar{\bar{\theta}}, \text{ если } j \in \bar{J}. \tag{13.64}$$

Численность семейных ансамблей (с доходом каждого и численностью населения):

$$F_{\theta j}, \ \forall \theta \in \theta_j^* \tag{13.65}$$

для каждого СДТС θ, входящего в эффективную структуру θ_j^*. Для этого должна быть решена одна из серии задач (13.42)–(13.46) с критерием (13.55) в первом и (13.56) во втором случаях.

Доход каждого семейного ансамбля:

$$V_{\theta j} = \nu_{\theta j} F_{\theta j}, \Phi \tag{13.66}$$

где по (13.15):

$$\nu_{\theta j} = \sum_{\ell, \Phi, I} \nu_{\Phi \ell j}^I m_{\theta \ell}, \tag{13.67}$$

а $\nu_{\Phi \ell j}^I$ – элемент социально-экономической структуры населения и его доходов (в разрезе социальных слоев (Ф) и групп (ℓ), с учетом их экономической принадлежности (j)).

Численность населения, относящегося к семейному ансамблю $\theta \in \theta_j^*$:

$$N_{\theta j} = k_\theta F_{\theta j}, \tag{13.68}$$

где k_θ – численность семьи θ: $k_\theta = \sum_{\ell \in L_\theta} m_{\theta \ell}$.

Семейный ансамбль

$$\theta \in \theta_j^*: \ \ell \in (\theta, j), \tag{13.69}$$

взятый с учетом его экономической принадлежности j, можно теперь считать элементом ℓ массива данных о распределении доходов. Абсциссой его (душевым доходом

ν_ℓ) и ординатой (численностью населения с данным доходом) нужно будет считать (см. (13.66) и (13.68)):

$$\nu_\ell = \frac{V_{\theta j}}{N_{\theta j}} \text{ и } N_\ell = N_{\theta j}. \qquad (13.70)–(13.71)$$

Таким образом, мы имеем:

$$R = \{ \nu_\ell, N_\ell, \forall \ell \in \varepsilon_j,\ \varepsilon_j = \theta^*_j, \forall j \}, \qquad (13.72)$$

т.е. все, чтобы построить кривую распределения населения по доходам, подобрать ее аналитическое выражение и оценить его параметры.

14. ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ ПО ДОХОДАМ И ИНДЕКСЫ НЕРАВНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Наиболее общей характеристикой распределения населения по доходам является функция, указывающая на численность или долю населения, обладающего каждой возможной величиной дохода ν.

14.1. Функции распределения населения по доходам

Различают несколько модификаций такой функции распределения населения по доходам.

1. *Абсолютная – кумулятивная* (или *интегральная*) *функция распределения*

$$N = N(\nu), \tag{14.1}$$

где $N(\nu)$ есть абсолютная численность населения с доходами, превышающими ν. Кумулятивная (т.е. накопленная) величина населения означает что она получается сложением (накоплением) численностей с разными величинами доходов ν:

$$N(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} dN(\nu),$$

где

$$dN(\nu) = N(\nu + d\nu) = N(\nu). \tag{14.2}$$

Доходы теоретически считаются варьируемыми в диапазоне (–∞, +∞), что, конечно, является абстракцией (отрицательные доходы означают образование долгов).

2. *Абсолютная дифференциальная функция распределения,* или *абсолютная плотность населения* на малом интервале $d\nu$ шкалы доходов вблизи дохода ν:

$$n(\nu) = \frac{dN(\nu)}{dN}. \tag{14.3}$$

Из (14.3) следует также обратная зависимость интегральной функции распределения $N(\nu)$ – от дифференциальной $n(\nu)$:

$$N(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} n(\nu)\, d\nu.$$

3. *Относительная кумулятивная* (*интегральная*) *функция распределения*

$$X(\nu) = \frac{N(\nu)}{N}, \tag{14.4}$$

где $X(\nu)$ – доля всего населения N, имеющего доходы не выше ν.

Когда ν меняется от –∞ до +∞, а $N(\nu)$ – от 0 до N, долевая характеристика $X(\nu)$ меняется в пределах от 0 до 1, т.е. она элиминирована от абсолютного значения численности населения. В частности, она может изучаться на сравнительно малых выборках из всего населения, что фактически и происходит при статистическом изучении функции распределения.

Построение относительной характеристики по известной абсолютной можно представлять себе следующим образом. Функция $N(\nu)$, согласно (14.2), монотонно растущая с ростом доходов ν. Следовательно, она достигает своего максимального значения $\bar{N}$ на правом конце диапазона изменения доходов ν. Но в данном случае

$$\bar{N} = N(\nu)\big|_{\nu=\infty} = N(\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} dN(\nu) = N\,,$$

где N –все население на данный момент времени.

Относя *абсолютную* характеристику распределения населения по доходам $N(\nu)$ к этому максимальному значению ее $\bar{N} = N$, находим искомую *относительную* характеристику его, что и принято в (14.4).

Из (14.4) вытекает и обратная зависимость:

$N(\nu) = NX(\nu)$.

4. *Относительная дифференциальная функция распределения* населения по доходам, или *относительная плотность населения* на малом интервале доходов $d\nu$ вблизи дохода ν, имеет вид:

$$x(\nu) = \frac{dX(\nu)}{d\nu}. \qquad (14.5)$$

Согласно (14.4), относительная плотность населения на шкале доходов есть:

$$x(\nu) = \frac{dN(\nu)}{N d\nu}.$$

5. Связь между *интегральным* (*кумулятивным*) показателем доли $X(\nu)$ населения с доходами не выше ν – и соответствующим *дифференциальным* показателем плотности населения $x(\nu)$ на шкале доходов вытекает из (14.5):

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} x(\nu)\, d\nu. \qquad (14.6)$$

6. Наконец, могут быть построены функциональные зависимости *интегрального* (*кумулятивного*) дохода ν-населения, или его *суммарного* дохода $V(\nu)$ от уровня текущего дохода ν. Именно, абсолютная величина суммарного дохода ν-населения, очевидно будет:

$$V(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} \nu\, x(\nu)\, d\nu. \qquad (14.7)$$

Для построения соответствующего относительного показателя найдем значение $\bar{V}$ величины (14.7) на правом конце диапазона изменения доходов (максимальное ее значение). В данном случае, как и выше:

$$\bar{V} = V(\nu)\big|_{\nu=+\infty} = V(+\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} \nu x(\nu) d\nu = V_N ,$$

где V_N – суммарный доход всего населения в данный момент времени.

7. Теперь относительная (или долевая) величина $W(\nu)$ суммарного дохода ν-населения будет:

$$W(\nu) = \frac{1}{V_N} V(\nu) = \frac{1}{V_N} \int_{-\infty}^{\nu} \nu x(\nu) d\nu . \qquad (14.8)$$

Когда доход ν варьирует от $-\infty$ до $+\infty$, долевой показатель $W(\nu)$ изменяется между 0 и 1 независимо от абсолютной величины доходов населения. Переход к относительному показателю $W(\nu)$ суммарных доходов ν-населения элиминирует значение их абсолютных величин.

14.2. Интегральный индекс неравномерности распределения

Функции распределения $N(\nu)$, $n(\nu)$, $X(\nu)$, $x(\nu)$, $V(\nu)$, $W(\nu)$, определяемые по формулам (14.1), (14.3)–(14.8), – как таковые, мало подходят для непосредственного сопоставления сценариев социальной политики. Поэтому обычно оперируют их числовыми дериватимами (производными), отражающими важнейшие аспекты неравномерности распределений. Рассмотрим наиболее употребительные индексы неравномерности, для чего проанализируем теперь возможные индикаторы эффективной социальной политики, приведенные выше в разделе 12.4, с несколько иной точки зрения (при соответствующих изменениях обозначений).

Начнем с интегрального индекса неравномерности распределения. Это наиболее общий показатель, отражающий интегральную степень отклонения изучаемого распределения от некоторого «равномерного» идеала, принимаемого за эталон. В зависимости от выбора эталона получается та или иная разновидность интегрального индикатора неравномерности. В частности, к этому классу показателей относится и известный индекс Джини. Для построения интегрального индикатора неравномерности распределения будем рассматривать совместно введенные в (14.4) и (14.8) относительные кумулятивные зависимости от дохода ν населения $X(\nu)$ и его доходов $W(\nu)$:

$$\begin{cases} X = X(\nu), \\ W = W(\nu). \end{cases}$$

Графически изображенные зависимости $W(X)$ – кривые Лоренца – представлены на рис. 14.1 для двух распределений населения по доходам, рассмотренных далее: условно «равномерного» *OEC* (или «*O*») и неравномерного *ONC* (или «*S*»).

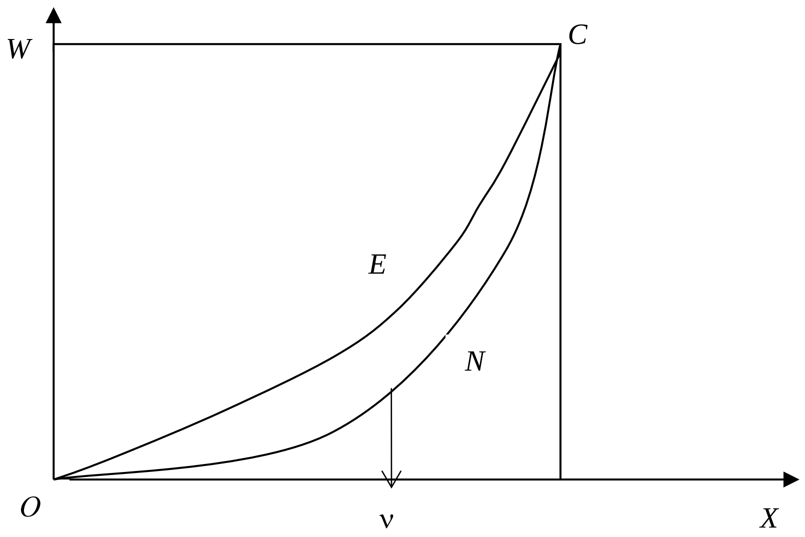

Рис. 14.1.Соотношение кривых Лоренца для неравномерного «S» и эталонного «О» (условно равномерного) распределения

По построению относительных кумулятивных величин $X(\nu)$ и $W(\nu)$ на левом «конце» шкалы доходов $\nu = -\infty$ они обращаются в 0. Этому соответствует точка O на графике рис. 14.1. На правом же «конце» этой шкалы $\nu = +\infty$ они достигают значений $X(\infty) = W(\infty) = 1$. Этому соответствует точка C на этом графике, с координатами $X_C = W_C = 1$. Таким образом, все кривые Лоренца заключены в единичном квадрате и имеют общее начало O и конец С, соответствующие: $\nu_0 = -\infty$, а $\nu_C = +\infty$.

На рис. 14.1 кривая *OEC* относится к некоторому, условно «равномерному» распределению «*O*»; кривая *ONC* относится к какому-то неравномерному распределению «*S*». В реальных социальных системах неравномерность возникает в результате действия двух главных факторов:

1) отбрасывания больших масс населения в область малых доходов – из-за этого у кривых $X = X(\nu)$ образуется высокий «горб» на левом «конце» распределения (моделируемого обычно с помощью логнормальной функции);

2) «вытянутости» кривой $X = X(\nu)$ в области высоких доходов, образования значительной прослойки людей со «сверхдоходами», из-за этого на правом «конце» кривой распределения образуется чрезмерно длинный «хвост» с очень медленно убывающей «толщиной».

В силу действия первого фактора кумулятивная численность населения $X(\nu)$ в области малых доходов быстро нарастает сравнительно с «равномерным» распределением, что приводит к смещению кривой *ONC* вниз относительно *OEC*. В области же больших доходов ν, в силу действия второго фактора, происходит значительное наращивание уровня доходов даже при небольшом сокращении контингента его получателей, т.е. кривая $W = W(X)$ идет здесь значительно «круче», чем при равномерном распределении.

Это значит, что кривая Лоренца $W_S(X)$ для неравномерного распределения, совпадая на краях интервала изменения X ($X = 0$ и $X = 1$) с кривой Лоренца для равномерного распределения, в промежутке является более выпуклой (вниз) по сравнению с ней. Теперь ясно, что чем более неравномерным окажется распределение, тем более выпуклой (вниз) будет кривая Лоренца для него. Неравномерность доходов и ее смягчение являются задачами социальной политики. Поэтому сценарий неравномерности «S» (для рис. 14.1) можно отождествить со сценарием «S» проводимой социальной политики.

Интегральной мерой неравномерности распределения может служить площадь «малой» криволинейной фигуры между кривыми Лоренца OEC и ONC (для равномерного и анализируемого (по сценарию «S») распределений), отнесенная к площади «большого» криволинейного треугольника под кривой OEC для равномерного распределения. Обозначая первую площадь ΔF_S и вторую F_0, имеем для интегрального индекса неравномерности распределения I_S:

$I_S = \Delta F_S / F_0$.

Из рис. 14.1 видно, что:

$$F_0 = \int_0^1 W_0(X)dX ,$$

где $W_0(X)$ – функция Лоренца для равномерного распределения, а

$$\Delta F_S = \int_0^1 \big(W_0(X) - W_S(X)\big)dX,$$

где $W_S(X)$ – функция Лоренца для распределения, соответствующего сценарию «S» социальной политики.

Таким образом, мерой неравномерности распределения, порождаемого сценарием «S», может служить индекс I_S:

$$I_S = \int_0^1 \big(W_0(X) - W_S(X)\big)dX \Big/ \int_0^1 W_0(X)dX \ . \qquad (14.9)$$

Это и есть <u>интегральный индекс неравномерности</u> распределения населения по доходам. Его конкретное выражение зависит от распределения, которое принимается за базу сравнения. Для выяснения диапазона изменения индекса неравномерности I_S рассмотрим два крайних сценария социальной политики: предельно равномерный «e» и предельно неравномерный «n». На рис. 14.2, кроме кривой Лоренца для равномерного распределения (W_0), показаны кривые Лоренца $W = W_{S1}(X)$ и $W = W_{S2}(X)$ для двух сценариев социальной политики: S_1 и S_2. Один из них (S_1) близок к предельно равномерному сценарию ($S_1 \approx e$), а другой S_2– к предельно неравномерному сценарию ($S_2 \approx n$).

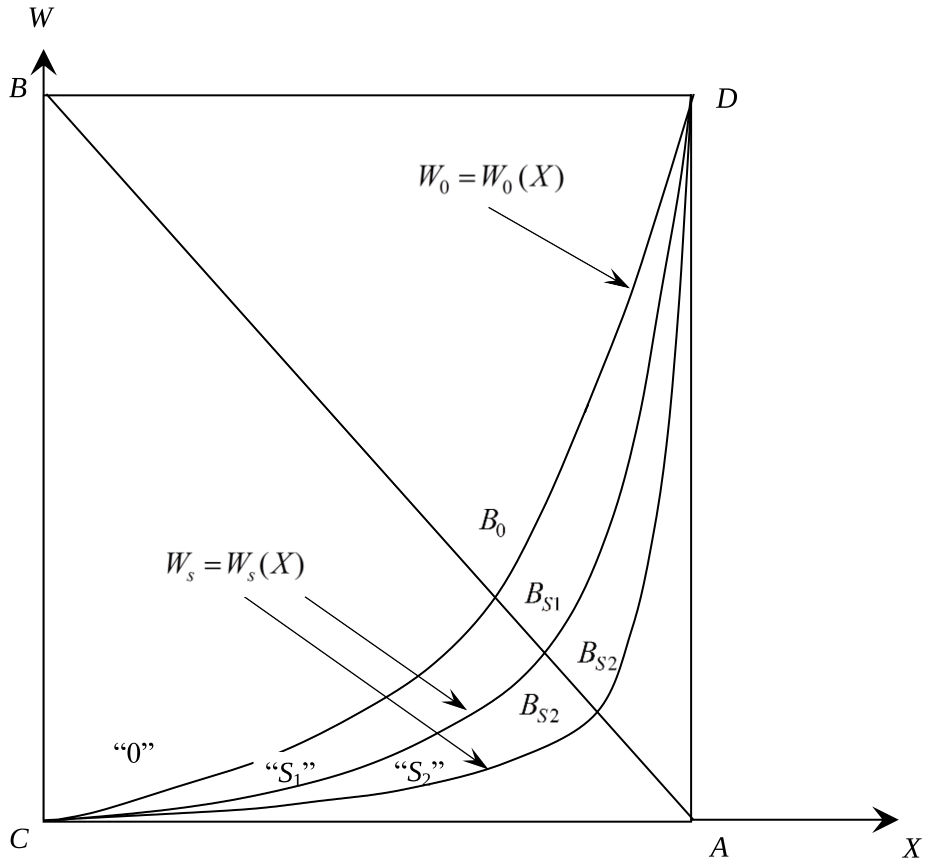

Рис. 14.2. Вариации сценариев «$S_{1,2}$» социальной политики (с изменением индекса неравномерности I_S)

Здесь:
CB_0D – кривая Лоренца $W=W_0(X)$ для равномерного распределения «*O*»;
$CB_{S1}D$ – кривая Лоренца $W=W_{S1}(X)$ для неравномерного распределения, близкого к равномерному$S_1 \approx e$;
$CB_{S2}D$ – кривая Лоренца $W=W_{S2}(X)$ для «очень» неравномерного распределения $S_2 \approx n$, близкого к предельно неравномерному.

Из рис. 14.2 видно, что о характере кривой Лоренца для разных сценариев «*S*» социальной политики можно судить по положению точки пересечения этой кривой с диагональю AB. С усилением степени неравномерности эта точка смещается от положения B_0 до $B_n \approx A$.

Предельно равномерному распределению (с отметкой «*e*») из возможных неравномерных распределений *S* можно априори приписать положение B_S, близкое к B_0, чему соответствует площадь ΔF_{S1} «малой» криволинейной полоски $CB_0DB_{S1}C$. Эта площадь близка к нулю сравнительно с площадью F_0 криволинейного треугольника CB_0DAC: $\Delta F_{S1} \approx 0$. Поэтому для предельно-равномерного из возможных распределений «е» мы можем принять $\Delta F_e = 0$, и значение индекса неравномерности для него будет

$$I_e = \frac{\Delta F_e}{F_0} = 0\,. \qquad (14.10)$$

Что касается иных, «очень» неравномерных распределений «S_2», то для них точка B_{S2} приближается, как мы уже отмечали, к точке A, а площадь $CB_0OB_{S2}C$, равная ΔF_{S2}, между кривыми «O» и «S_2» – к площади «большого» криволинейного треугольника CB_0DAC, равной ΔF_0. Для «предельно-неравномерного» возможного распределения «n» можно принять поэтому

$$\Delta F_n = F_0,$$

а для значения индекса неравномерности I_n для него:

$$I_n = \frac{\Delta F_n}{F_0} = 1. \tag{14.11}$$

Таким образом, для «крайних» положений кривой Лоренца $W = W_e(X)$ и $W = W_n(X)$ имеем, в силу (14.10) и (14.11):

$I_e = 0$ – для предельно-равномерного («е») из возможных сценариев S;

$I_n = 1$ – для предельно-неравномерного «n») из таких сценариев S.

Этим и определяется возможный диапазон изменения интегрального индекса неравномерности I_S: $I_S \in (0,1)$.

14.3. Интегральный индекс неравномерности на базе равномерного распределения населения по доходам в качестве эталона

Возьмем за эталон «равномерности» действительно *равномерное распределение* населения по доходам $x(\nu) = \text{const}$, где $x(\nu)$ – дифференциальная относительная плотность населения (доля населения с доходами от ν до $\nu + d\nu$, отнесенная к величине интервала $d\nu$):

$$x(\nu) = \frac{dX(\nu)}{d\nu}.$$

Поскольку $X(\nu) = \dfrac{N(\nu)}{N}$, дифференциальная плотность $x(\nu)$ будет:

$$x(\nu) = \frac{dN(\nu)}{Nd\nu}. \tag{14.12}$$

Получаем, с учетом (14.12):

$$\frac{dN(\nu)}{d\nu} = Nx, \tag{14.13}$$

где N – общая численность населения, а x – по условию константа.

Если плотность населения $x > 0$ и общий доход его V_N известен, то шкалу доходов необходимо рассматривать как ограниченную. Примем поэтому, что душевой доход населения может варьировать в ограниченных пределах: $0 \le \nu \le \bar{\nu}$, где $\bar{\nu}$ – его максимальное значение: $\bar{\nu} = \nu_{\max}$.

Из (14.13) имеем:

$$N(\nu) = \int_0^{\nu} Nx d\nu = Nx\int_0^{\nu} d\nu = Nx\nu\,. \qquad (14.14)$$

Выражение (14.14) показывает, что численность $N(\nu)$ ν-населения (с доходами ($\leq \nu$) растет линейно вместе с ростом доходов ν. Когда доход ν достигает своей максимальной величины $\bar{\nu}$, численность $\bar{\nu}$-населения должна сравняться с численностью всего населения N:

$$N(\bar{\nu}) = N,\ \ \nu = \bar{\nu}\,. \qquad (14.15)$$

Подставляя (14.15) в (14.14), находим:

$$\bar{\nu} = \frac{1}{x}\,. \qquad (14.16)$$

Кроме кумулятивного населения $N(\nu)$ по (14.14), рассмотрим также кумулятивный доход его $V(\nu)$. Очевидно, что

$dV(\nu) = \nu\, dN(\nu)$,

откуда, с учетом (14.14) и (14.16):

$$V(\nu) = Nx\int_0^{\nu} \nu\, d\nu = \frac{N}{\bar{\nu}}\frac{\nu^2}{2} = \frac{N}{2\bar{\nu}}\nu^2\,. \qquad (14.17)$$

Когда доход ν достигает своего максимального значения $\bar{\nu}$, кумулятивный доход должен стать равным суммарному доходу V_N всего населения:

$$V(\bar{\nu}) = V_N \text{ при } \nu = \bar{\nu}\,. \qquad (14.18)$$

Подставляя (14.18) в (14.17),имеем

$$V_N = \frac{N}{2\bar{\nu}}\bar{\nu}^2 = \frac{1}{2}N\bar{\nu}\,,$$

откуда $\bar{\nu} = 2\dfrac{V_N}{N}$.

С учетом (14.16) определяется также (постоянная) величина плотности населения на шкале доходов:

$$x = \frac{1}{\bar{\nu}} = \frac{1}{2}\frac{N}{V_N}\,.$$

Таким образом, картина распределения населения по шкале доходов для *равномерного* (x = const) *распределения* становится ясной. Именно, она характеризуется следующими положениями:

- население имеет доходы ν в диапазоне $(0, \bar{\nu})$,где

$$\bar{\nu} = 2\frac{V_N}{N}\,; \qquad (14.19)$$

- оно распределено на этом участке (шкалы) доходов с постоянной относительной дифференциальной плотностью $x(\nu)$:

$$x(\nu) = x = \frac{1}{2}\frac{N}{V_N} = \frac{1}{\bar{\nu}}; \qquad (14.20)$$

- следовательно, абсолютная дифференциальная плотность $n(\nu)$, также являясь постоянной величиной на шкале доходов, составит:

$$n(\nu) = \frac{dN(\nu)}{d\nu} = Nx(\nu) = Nx = \frac{1}{2}\frac{N^2}{V_N} = \frac{N}{\bar{\nu}}; \qquad (14.21)$$

- кумулятивная численность $N(\nu)$ ν-населения

$$N(\nu) = \int_0^\nu dN(\nu) = \int_0^\nu n(\nu)d\nu = \frac{1}{2}\frac{N^2}{V_N}\nu = \frac{N}{\bar{\nu}}\nu \qquad (14.22)$$

растет линейно с ростом душевого дохода ν по закону, вытекающему из (14.22):

$$\frac{N(\nu)}{N} = \frac{\nu}{\bar{\nu}}; \qquad (14.23)$$

а из выражения для *кумулятивной* относительной численности X для ν-населения:

$$X(\nu) = \frac{N(\nu)}{N}$$

следует, что (14.23) непосредственно определяет зависимость этой величины от душевого дохода ν:

$$X(\nu) = \frac{\nu}{\bar{\nu}}; \qquad (14.24)$$

- кумулятивный суммарный доход $V(\nu)$ ν-населения

$$V(\nu) = \int_0^\nu dV(\nu) = \int_0^\nu \nu dN(\nu) = \int_0^\nu \nu Nx d\nu = Nx\int_0^\nu \nu d\nu = \frac{Nx}{2}\nu^2, \text{ или } V(\nu) = \frac{N}{2\bar{\nu}}\nu^2, \qquad (14.25)$$

растет с ростом душевого дохода ν как квадрат его. С учетом $V_N = V(\nu) = \frac{N\bar{\nu}}{2}$ закон этого изменения может быть представлен в виде:

$$\frac{V(\nu)}{V_N} = \frac{\nu^2}{\bar{\nu}^2}; \qquad (14.26)$$

из соотношения, определяющего относительный кумулятивный доход $W(\nu)$ ν-населения $W(\nu) = \frac{V(\nu)}{V_N}$, вытекает, что закон (14.26) непосредственно относится к этой последней величине:

$$W(\nu) = \frac{\nu^2}{\bar{\nu}^2}. \qquad (14.27)$$

Результат (14.19) для максимального душевого дохода $\bar{\nu}$ можно пояснить «на пальцах» следующим образом. Средний душевой доход $\nu_{ср}$ при данном общем доходе V_N и общей численности населения N равен: $\nu_{ср} = V_N/N$. Но в силу того, что численность ν-населения $N(\nu)$ (14.23) распределена по шкале доходов ν (от 0 до $N=N(\bar{\nu})$), средний доход будет равен полусумме душевых доходов в крайних точка его, т.е. $\nu_{\text{ср}} = \frac{\bar{\nu}+0}{2} = \frac{1}{2}\bar{\nu}$. Отсюда $\bar{\nu} = 2\nu_{\text{ср}} = 2\frac{V_N}{N}$, что совпадает с (14.19).

Теперь обратимся к вычислению индекса неравномерности на базе равномерного распределения как эталона I_F.

Сравнивая (14.27) и (14.24), видим, что зависимость между $W(\nu)$ и $X(\nu)$ для эталонного равномерного распределения может быть представлена в явном виде:

$$W_0 = X^2, \tag{14.28}$$

где индекс «0» относится к эталонному (в данном случае, равномерному) распределению населения по доходам.

Согласно (14.9), интегральный индекс неравномерности I при эталонном равномерном распределении (I_F) и для изучаемого, неравномерного распределения, порождаемого сценарием S социальной политики для последнего (I_S), может быть рассчитан по формуле:

$$I_F = \frac{\int_0^1 \left(W_0(x) - W_s(x)\right) dX}{\int_0^1 W_0(X) dX}. \tag{14.29}$$

Но в силу (14.28):

$$\int_0^1 W_0(X) dX = \int_0^1 X^2 dX = \frac{X^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3},$$

так что (14.29) дает:

$$I_F = 1 - 3\int_0^1 W_S(X)\, dX. \tag{14.30}$$

Это и есть расчетная формула для вычисления индекса неравномерности данного (неравномерного) распределения S по отклонению от *равномерного распределения* населения по доходам.

14.4.Интегральный индекс неравномерности на базе эгалитарного распределения

При выборе эталона «равномерного» распределения широко распространено использование *эгалитарного* принципа, в соответствии с которым все люди предполагаются получающими один и тот же доход ν:

$$\nu = \frac{V_N}{N}. \tag{14.31}$$

Это можно определить как *равномерное распределение суммарного дохода* V_N *по населению* N. Такое распределение – совсем не то же, что выше названо *равномерным распределением населения по шкале (уровням) доходов*. Вообще распределение населения по доходам (на описание чего и ориентирована функция $x = x(\nu)$, основная при изучении распределения по доходам) в случае действия эгалитарного принципа является вырожденным случаем. Функция плотности населения $x = x(\nu)$ определена здесь в одной единственной точке (14.31), на остальной же шкале доходов ее следует считать равной нулю:

$$x(\nu) = 0,\ \forall \nu \neq \frac{V_N}{N}.$$

В силу этого прежние определения кумулятивных величин ν-населения и его доходов ($X(\nu) = \int\limits_0^\nu x(\nu) d\nu$ и $W(\nu) = \int\limits_0^\nu \nu\, x(\nu)\, d\nu$) здесь утрачивают прямой смысл.

Поэтому несколько видоизменим подход, взяв за независимую переменную не доход ν, а численность населения n. Именно, будем считать, что все жители страны перенумерованы (например, в алфавитном порядке) и n – номер конкретного человека в этой последовательности («списке»). Тогда кумулятивная (интегральная) численность всего населения от 0 до n-го человека (аналог $N(\nu)$) будет:

$$N(n) = \sum_1^n 1 = n. \tag{14.32}$$

В силу большой численности населения N для номеров n целесообразно выбрать исчисление не в единицах, – например, в тысячах человек. Обозначая «a» – размер такого агрегата (a = 1000), получим численность населения N как функцию агрегированной переменной ν_a, где

$$\nu_a = \frac{n}{a}.$$

Соответственно функция $N = N(\nu_a)$ уже принимает не только целые, но и дробные значения, имеющие десятые, сотые и даже тысячные доли в своем выражении. Поэтому будем рассматривать такую зависимость как непрерывную функцию, а ν_a – как непрерывную независимую переменную, изменяющуюся в пределах от 0 до N:

$$\nu \in (0, N).$$

Тогда численность ν_a-населения (имеющего порядковые номера $\le \nu_a$) рассматриваем как интеграл

$$N(\nu) = \int\limits_0^\nu d\nu,$$

равный, как следует и из дискретного определения (14.32):

$$N(\nu)=\frac{N(n)}{a}=\frac{n}{a}=\nu_a.$$

Далее можно действовать по прежней схеме – с той разницей, что независимая переменная теперь будет не ν, а ν_a. В частности, интегральное (или кумулятивное) ν-население теперь заменится интегральным ν_a-населением:

$$N\left(\nu_a\right)=\nu_a. \qquad (14.33)$$

Относительное же кумулятивное ν-население $X(\nu)$ теперь будет, в полной аналогии с предыдущим:

$$X\left(\nu_a\right)=\frac{N\left(\nu_a\right)}{N}=\frac{\nu_a}{N}. \qquad (14.34)$$

Эта относительная численность ν_a-населения теперь будет изменяться в интервале (0, 1).

Что касается кумулятивного (суммарного) дохода ν_a-населения, то в предположении эгалитарного распределения доходов, т.е. равной для всех величин душевого дохода ν, эта величина будет, в силу (14.31) и (14.33):

$$V\left(\nu_a\right)=\nu_a N\left(\nu_a\right)=\frac{V_N}{N}\nu_a.$$

Ее максимальное значение, соответствующее N, очевидно, будет

$$V\left(\bar{\nu}_a\right)=V\left(N\right)=V_N.$$

Теперь можно найти относительную величину текущего кумулятивного дохода $W(\nu)$:

$$W(\nu)=\frac{V(\nu)}{V\left(\bar{\nu}_a\right)}=\frac{1}{V_N}\cdot\frac{V_N}{N}\nu=\frac{\nu}{N}. \qquad (14.35)$$

Сравнивая (13.5) и (14.34), видим, что связь между $W(\nu)$ и $X(\nu)$ выглядит в данном случае тривиально просто: $W(\nu) = X(\nu)$. Интегральный (кумулятивный) относительный доход W оказывается линейно зависящим от кумулятивной численности населения и даже просто равным ей:

$$W = X. \qquad (14.36)$$

Кривая Лоренца для эгалитарного распределения будет прямой линией, совпадающей с диагональю CD единичного квадрата CADB (см. далее рис. 14.3).

Отклонение некоторого неравномерного распределения «S» от эгалитарного теперь может быть измерено, в соответствии с общим подходом, с помощью индекса неравномерности – обозначим его для этого случая I_G:

$$I_G=\int_0^1\left(W_0^{Э}\left(X\right)-W_S\left(X\right)\right)dX \bigg/ \int_0^1 W_0\left(X\right)dX\ ,$$

где $W_0^Э(X)$ – уравнение кривой Лоренца для эгалитарного распределения (14.36); $W_S(X)$ – уравнение кривой Лоренца для оцениваемого распределения доходов (S), соответствующего сценарию «S» социальной политики.

Вычисляя по (14.36) входящий сюда интеграл

$$\int_0^1 W_0^Э(X)\,dX = \int_0^2 XdX = 0\Big|_0^1 \frac{X^2}{2} = \frac{1}{2},$$

получаем для величины индекса неравномерности I_G на базе (в качестве эталона) эгалитарного распределения:

$$I_G = 1 - 2\int_0^1 W_S(X)\,dX.$$

Это и есть широко употребляемый индекс Джини[14].

14.5 Соотношение индексов неравномерности распределения при разных эталонах

Для анализа соотношения кривых Лоренца и индексов неравномерности для разных эталонов используем рис. 14.3, где показаны:

- кривая Лоренца $W = W(X)$ для оцениваемого (соответствующего сценарию «S» социальной политики) сценария;
- кривые Лоренца (графики) $W_0^e = W_0^e(X)$ и $W_0^Э = W_0^Э(X)$ для обоих рассмотренных эталонов «равномерного» распределения, т.е. для действительно равномерного распределения («e») населения по шкале доходов (с плотностью $x(\nu) = dN/Nd\nu = \mathrm{const}$) и для эгалитарного распределения («Э») общего дохода по населению ($\nu = V_N/N$).

Принятые для рисунка обозначения:

$CB_0^ЭD - W_0^Э(X)$ – кривая Лоренца ($O^Э$) для эгалитарного распределения «Э»;

$CB_0^eD - W_0^e(X)$ – кривая Лоренца (O^e) для равномерного распределения «e»;

CB_SD – $W_S(X)$ – кривая Лоренца для оцениваемого (соответствующего сценарию «S» социальной политики) распределения «S»;

$F_0^Э$, F_0^e, F_S – площадь под соответствующими кривыми Лоренца;

$\Delta F_S^Э$ – площадь полоски $CB_0^ЭDB_SC$, измеряющей отклонение S от $O^Э$:

$\Delta F_S^Э = F_0^Э - F_S$;

ΔF_S^e – площадь полоски $CB_0^eDB_SC$, измеряющей отклонение S от O^e:

$\Delta F_S^e = F_0^e - F_S$.

---

[14] См. также раздел 12.4.

Из рисунка наглядно видно, что, как следует из предыдущих рассуждений, кривая Лоренца $O^{Э}$ для эгалитарного распределения совпадает с диагональю $CB_0{}^{Э}D$ единичного квадрата, в то время как кривая Лоренца O^e для равномерного распределения, т.е. $CB_0{}^{e}D$, выпукла вниз.

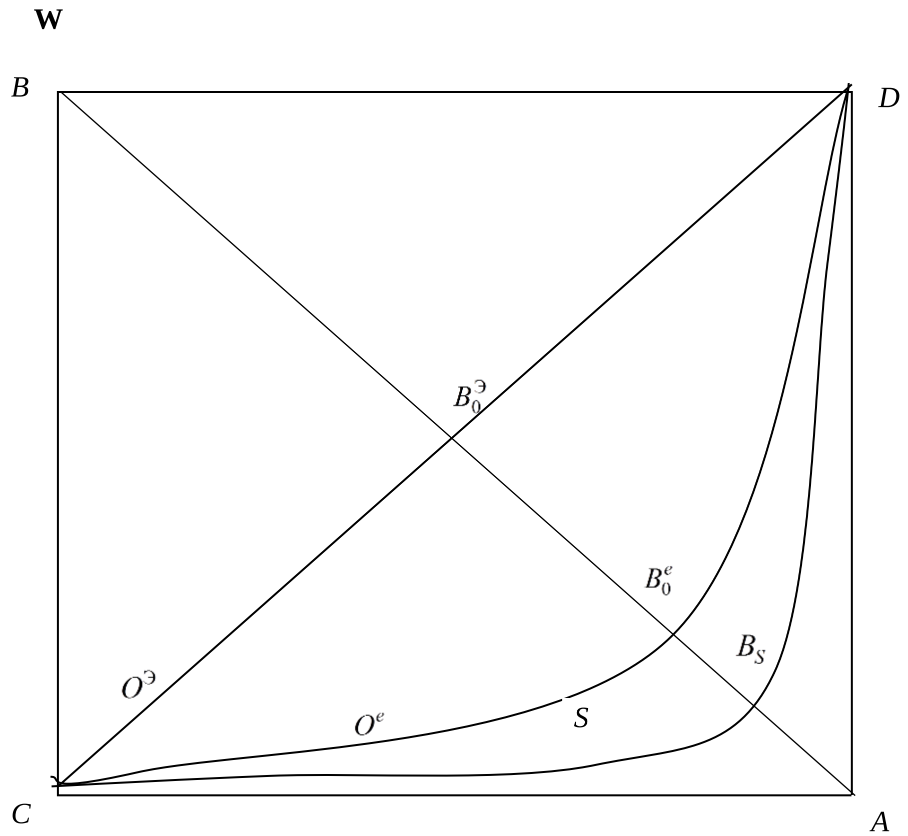

Рис. 14.3. Кривые Лоренца для оцениваемого сценария(«S») и двух эталонов «равномерного» распределения: эгалитарного («$O^{Э}$») и действительно равномерного («O^e»)

В силу принятых обозначений:

- площадь $F_0^{Э}$ под кривой Лоренца для эгалитарного распределения больше аналогичной площади F_0^{e} для равномерного распределения:

$F_0^{Э} > F_0^{e}$;

- соответственно, и площади $\Delta F_S^{Э} = F_0^{Э} - F_S$ и $\Delta F_S^{e} = F_0^{e} - F_S$ между кривыми Лоренца для оцениваемого и каждого из эталонных распределений находятся в таком же соотношении:

$\Delta F_S^{Э} > \Delta F_S^{e}$;

- поскольку кривая $O^{Э}$ относится, по предположению, к равномерному распределению, все кривые «S» для неравномерных распределений должны находиться под ней. Это значит, что полоска $CB_0{}^{Э}DB_0{}^{e}C$ между кривыми $O^{Э}$ и O^e, равная по площади $\Delta F_0 = F_0^Э - F_0^e$, является «мертвой зоной», ненужным «довеском» в измерении отклонения «*S*» (оцениваемого распределения) от эталона – «довеском», присутствующим в *каждой* из оценок $\Delta F_S^Э$ в виде постоянного слагаемого. Это несколько снижает чувствительность оценок, особенно в области малых значений I_S, когда разность $\Delta F_S^e = F_0^e - F_S$ может становиться действительно очень малой, в то время как разность $\Delta F_S^Э = F_0^Э - F_S$ будет по-прежнему сохранять «конечное» значение, делающее сравниваемые сценарии почти неразличимыми.

Для содержательной характеристики обоих эталонов подчеркнем сказанное ранее, что предельно неравномерные распределения включают в себя два резко отличающихся друг от друга контингента населения:

1) массовый контингент, охватывающий почти все население и имеющий очень низкие доходы, не превышающие $\nu = \Delta V/N$;(см. в разделе 14 рис. 14.2);

2) эгалитарный контингент, охватывающий очень небольшую долю населения, не превышающую ΔN (см. там же), и с доходами, простирающимися от малых до самых больших величин.

Преодоление неравенства исторически состоит в уменьшении численности массового слоя и элиты и превращении их в заметный по величине средний класс с доходами, «размазанными» по всей шкале доходов. С этой точки зрения предельно равномерным могло бы выглядеть распределение, свойственному среднему классу, т.е. с сильно дифференцированными, «размазанными» по всей шкале доходами и с постепенно преодолеваемыми как бедностью, так и элитарностью. Это означает смягчение максимума в области малых доходов и сокращение темпа падения численности в области больших доходов (геометрически – уплощение и расширение низкодоходного «горба», с одной стороны, и утолщение и укорочение высокодоходного «хвоста»), что в идеале – и есть равномерное распределение населения по шкале доходов.

Эгалитарное распределение есть идеальный прообраз распределения, свойственного массовому (и бедному) контингенту: всем – почти одинаковый и малый доход; в идеале – один и тот же доход всем. Это можно трактовать как сокращение ширины и увеличение высоты низкодоходного «горба».

Равномерное же распределение населения по шкале доходов, напротив, отражает закономерности, свойственные формирующемуся среднему классу. Оно сохраняет дифференциацию доходов, но отражает стремление к преодолению крайностей ее: излишне высокой концентрации населения в области низких доходов, излишне резкому и длинному утончающемуся «хвосту» в области высоких доходов. Достаточно широкая дифференциация доходов является необходимым стимулом для обеспечения приемлемой интенсивности «вертикальной мобильности» населения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Заключительная часть 4 работы посвящена вопросам, важным не только при разработке моделирования финансирования социальной сферы, но и при дальнейшем использовании результатов такой работы для анализа социальной политики. При этом, если в части 1 (Фаерман и др., 2015) дается экономическое обоснование расширенного понимания этой сферы, необходимого для корректности такого моделирования, а в части 2 (Тарасова и др., 2016) – столь же необходимый семиотический подход к его реализации при формировании комплексной многоуровневой информационно-аналитической системы НДП («Население, доходы, потребление»), то на основе полученных в этой системе достоверных результатов в части 3 (Тарасова и др., 2017) уже рассматриваются проблемы эффективности социальной политики, что продолжено (на основе системы НДП) в данной части 4, краткие итоги которой изложены далее.

Соответственно описанной в части 1 концепции «вертикали доходов», здесь проанализированы возможные инструменты социальной политики (политика доходов, механизм социального страхования и т.д.) и этапы ее сценариев, определяемые трансформациями доходов – от первичных (или факторных) и (просто) доходов и до конечных доходов – под действием перераспределительных механизмов вплоть до уровня микросоциальных (внутрисемейных). В основание этих преобразований положен прогноз первичных доходов и для каждого этапа трансформации предложены методы расчета итоговых доходов семей и личных доходов их членов. При анализе действовавшего в РФ сценария социальной политики выявлены коррекции политики первичных доходов, требующиеся для соблюдения принципов государственного минимального социального стандарта в области низких трудовых доходов семей.

Эффективность социальной политики определяется сопоставлением двух ее сценариев в первый год прогнозного периода: нулевого (инерционного), до изменений социального законодательства не изменяется, в базовом периоде, и итогового, когда вступают в силу все социальные законоположения, принятые в этом периоде. Предлагается оценивание социальной эффективности как действующих – по «старым» или «новым» канонам – сценариев социальной политики, так и альтернативного сценария по отношению к действующему. Оценки основаны на анализе распределения населения по доходам для каждого из анализируемых сценариев. Для оценки эффективности определенного этапа (направления) социальной политики достаточно сопоставить распределения по доходам для обоих сценариев, нулевого и итогового.

Расчет доходов на разных уровнях трансформационной вертикали включает:

- анализ распределения населения по (просто) доходам (основан на выявленной социальной структуре населения и его доходов и разработанных методах прогноза доходов социальных слоев и групп);
- расчет модифицированных доходов, подвергшихся трансформации. Для построения распределения населения по доходам необходимо перейти от таких струк-

турных единиц, как исполнители разных социальных ролей, к простым семьям разного типа. Для отражения важнейших аспектов неравномерности распределений населения по доходам являются такие их числовые деривативы (производные) наиболее употребительны такие числовые индикаторы (индексы) эффективности социальной политики, как доля бедного населения, коэффициент децильной дифференциации доходов и интегральная мера неравномерности распределения, уменьшение которых отражает улучшение социальной политики.

Интегральный индекс неравномерности распределения – это наиболее общий показатель, отражающий *интегральную* степень отклонения изучаемого распределения от некоторого «равномерного» идеала, принимаемого за эталон: от 0 для равномерногораспределения до 1 для предельно неравномерного. С содержательной точки зрения, предельно неравномерные распределения включают в себя два резко отличающихся друг от друга контингента населения: массовый (почти все население, очень низкие доходы) и элитарный (очень небольшая доля населения с доходами до самых больших величин). Преодоление неравенства состоит в уменьшении численности массового слоя и превращении элиты в заметный по величине средний класс с доходами, «размазанными» по шкале доходов. С этой точки зрения предельно равномерным могло бы выглядеть распределение, свойственному этому классу, со смягчением падения численности по мере роста доходов. В идеале это есть равномерное распределение населения по шкале доходов. Его можно интерпретировать как идеальное отображение закономерностей, свойственных реальному формированию среднего класса с достаточно широкой дифференциацией по доходам (что является необходимым стимулом для обеспечения приемлемой интенсивности «вертикальной мобильности» населения) и одновременно стремлением к преодолению ее крайностей. Вследствие этого представляется предпочтительным выбор – в качестве эталона – равномерного распределения (хотя на практике шире пользуются коэффициентом Джини).

Подводя теперь в целом итог изложенному в частях 1–4, еще раз подчеркнем значимость этого фактически первого общего описания всей серьезной работы по моделированию финансирования социальной сферы РФ в столь широком ее понимании, с учетом комплекса ее финансовых связей со сферой производства. Такая постановка проблемы, как и соответствующая ей концепция «вертикали доходов», до сих пор не имеют аналогов. Более того, их широта и комплексность обусловила необходимость детальной обработки соответствующего множества взаимосвязанных (и далеко не всегда известных или легко рассчитываемых) разнородных показателей, корректно дополняющих данные госстатистики. Это было реализовано благодаря предложенной семиотической методологии обеспечения достоверности всех показателей исследования, что также до сих пор не имеет аналогов. Полученные результаты и позволили провести обоснованный анализ параметров социальной политики и ее эффективности.

ЛИТЕРАТУРА

Тарасова Н.А. и др. Моделирование финансирования социальной сферы РФ и анализ социальной политики. Часть 3: Анализ параметров социальной политики / Препринт # WP/2016/321. – М.: ЦЭМИ РАН, 2016. – 99 с.

Тарасова Н.А.и др. Моделирование финансирования социальной сферы РФ и анализ социальной политики. Часть 2: Реализация моделирования: семиотический подход / Препринт # WP/2017/323. – М.: ЦЭМИ РАН, 2017. – 91 с.

Тарасова Н.А. и др. Структуризация населения с учетом скрытых элементов занятости и доходов и прогнозы социальной политики / Препринт # WP/2004/181. – М.: ЦЭМИ РАН, 2004. – 89 с.

Фаерман Е.Ю. и др. Демографическая, социальная и экономическая структура населения РФ в переходном периоде/ Препринт # WP/2000/104/. – М.: ЦЭМИ РАН, 2000. – 90с.

Фаерман Е.Ю. и др. Демо-социо-экономическая структура населения и семейных доходов: методы анализа и прогнозирования / Препринт #WP/2005/195. -М.: ЦЭМИ РАН, 2005. – 88с.

Фаерман Е.Ю. и др. Динамика социально-демографической структуры населения и комплексная типологизация простых семей с их доходами в концепции «вертикали доходов» / Потребление и доходы населения в условиях реформирования социальной сферы / Под ред. Н.А. Тарасовой. – М.: ЦЭМИ РАН, 2006. С.103-118.

Фаерман Е.Ю. и др. Динамика социально-экономической структуры населения РФ, его доходов и влияние мер социальной политики. Часть I / Препринт # WP/2003/163/. – М.: ЦЭМИ РАН, 2003. – 82с.

Фаерман Е.Ю. и др. Механизмы и пропорции финансирования социальной сферы./ Препринт #WP/2002/142/. – М.:ЦЭМИ РАН, 2002. – 84 с.

Фаерман Е.Ю. и др. Моделирование социально-экономической структуры населения РФ, его доходов и варианты социальной политики / Россия в глобализирующемся мире: Коллективная монография / Под ред. Львова Д.С. – М.: Наука, 2004. С.188-208.

Фаерман Е.Ю. и др. Моделирование финансирования социальной сферы РФ и анализ социальной политики. Часть I /Препринт # WP/2015/313/ – М.: ЦЭМИ РАН. 2015. – 66с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Переход к дискретности

В качестве альтернативы алгоритму построения начального приближения числа семей (СДТС) $\overset{0}{F}_{kj}$ в дециле j можно предложить следующий подход. При построении «исходного» приближения для $\overset{0}{F}_{kj}$ (обозначим его $\overset{*}{F}_{kj}$) гипотеза линейности

$$\overset{*}{F}_{kj} = \bar{F}\left[a_k + (j - \bar{j})\overset{*}{x}_k\right] \tag{1}$$

для основных пяти типов семей (СДТС) сводит его нахождение к поиску 5 чисел $\overset{*}{x}_k$. Для наименьших ($\overset{*}{x}_1$) с 1 членом простой семьи, и наибольших ($\overset{*}{x}_5$), с 5 и более членами (за счет числа детей), семей строим крайние положения. Для этого в первом случае (k = 1) принимаем, что при j = 1, $\overset{*}{F}_{11} = 0$. Подставляя это в (1), имеем

$$a_1 + (1 - j)\overset{*}{x}_1 = 0, \text{ откуда } \overset{*}{x}_1 = \frac{a_1}{\bar{j} - 1}. \tag{2}$$

В последнем случае (k = 5) принимаем, что при $j = J$, $F_{5J} = 0$

(напомним: $a_k = \dfrac{\bar{F}_k}{\bar{F}} = \dfrac{F_k}{F}$). (3)

Подставляя опять это в (1), находим:

$$a_5 + (J - j)\overset{*}{x}_5 = 0, \text{ откуда } \overset{*}{x}_5 = -\frac{a_5}{J - \bar{j}}. \tag{4}$$

Далее доопределяем набор переменных (принимая $\overset{*}{x}_3 = 0$) (5)

с помощью простых допущений («золотых сечений»):

$$\overset{*}{x}_2 = \frac{\overset{*}{x}_1 + \overset{*}{x}_3}{2} = \frac{\overset{*}{x}_1}{2};\; \overset{*}{x}_4 = \frac{\overset{*}{x}_5 + \overset{*}{x}_3}{2} = \frac{\overset{*}{x}_5}{2}. \tag{6–7}$$

Для найденных $\overset{*}{x}_1, \overset{*}{x}_2, \overset{*}{x}_3, \overset{*}{x}_4, \overset{*}{x}_5$ получим неравенство

$$c_1 = \overset{*}{x}_1 \rangle \overset{*}{x}_2 \rangle \overset{*}{x}_3 \rangle \overset{*}{x}_4 \rangle \overset{*}{x}_5 = -c_5, \tag{8}$$

при $c_1 = \dfrac{a_1}{\bar{j} - 1}$, $\dfrac{a_5}{J - \bar{j}} = -c_5$ и $a_1 = \dfrac{F_1}{F}$, $a_5 = \dfrac{F_5}{F}$. (9–10)

Это и есть «исходное приближение»: ($\overset{*}{x}_1, \overset{*}{x}_2, \overset{*}{x}_3, \overset{*}{x}_4, \overset{*}{x}_5$).

Рассмотрим теперь плоскость переменных $\left(\overset{*}{x}_1, \overset{*}{x}_2\right)$. Пусть OB – биссектриса прямого угла $\overset{*}{x}_1 O \overset{*}{x}_2$, а вертикаль CB отстоит от оси $\overset{*}{x}_2$ на величину OC=c_1=$\dfrac{a_1}{j-1}$, c_1=OC=BC. Тогда легко видеть, что геометрическое место точек, удовлетворяющих неравенству $c_1=\dfrac{a_1}{j-1} > \overset{*}{x}_1 > \overset{*}{x}_2 > 0$, есть треугольник ABC (неравенству $c_1 > \overset{*}{x}_1$ отвечают все точки слева от BC, неравенству $\overset{*}{x}_1 > \overset{*}{x}_2$ все точки над биссектрисой, неравенству $\overset{*}{x}_2 > 0$ – над осью $\overset{*}{x}_1$.

Представим это с помощью дискретного множества точек, находящихся на пересечении горизонталей и вертикалей, разбивающих стороны $\Delta\, OBC$ на 10 равных частей (берем только внутренние точки, не на границах Δ), чтобы выполнялись неравенства:

$$c_1 > \overset{*}{x}_1 > \overset{*}{x}_2 > 0. \qquad (11)$$

Легко видеть, что целочисленные координаты этих точек (если взять за единицу $\dfrac{c_1}{10}$) можно представить в виде матрицы:

$$C = \begin{Vmatrix} (2,1) & (3,1) & (4,1) & \dots & (8,1) & (9,1) \\ & (3,2) & (4,2) & \dots & (8,2) & (9,2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & (8,7) & (9,7) \\ & & & & & (9,8) \end{Vmatrix}.$$

Общее количество таких точек, очевидно, будет:

$$|C| = 8+7+\ldots+2+1=\frac{8(8+1)}{2}=36.$$

Будем нумеровать эти точки сначала в первом ряду слева направо (индекс $\varsigma_1=\overline{1,8}$), затем во втором ряду так же ($\varsigma_1=\overline{9,15}$), и т.д. вплоть до ς_1=36. Легко видеть, что номер точки в ряду $\varsigma_1=\overline{1,36}$ определяет (целочисленные) координаты [$\overset{*}{x}_1$], [$\overset{*}{x}_2$] ее в соответствии с нижеследующей табл. 1.

Точно так же рассмотрим плоскость переменной ($\overset{*}{x}_1, \overset{*}{x}_2$). В силу $\overset{*}{x}_1 < \overset{*}{x}_2 < 0$ они будут находиться в отрицательном квадранте.

Таблица 1

Дискретное множество переменных $[\overset{*}{x}_1],[\overset{*}{x}_2]$

Ряд	Индекс ς_1	Границы	Коорд. $[\overset{*}{x}_1]$ (целочисл.)	Коорд .$[\overset{*}{x}_2]$ (целочисл.)	Примечание
1	$\overline{1,8}$	$1 \le \varsigma_1 \le 8$	$\varsigma_1 + 1$	1	Все координаты
2	$\overline{9,15}$	$9 \le \varsigma_1 \le 15$	$\varsigma_1 - 6$	2	$[\overset{*}{x}_1]$, $[\overset{*}{x}_2]$
3	$\overline{16,21}$	$16 \le \varsigma_1 \le 21$	$\varsigma_1 - 12$	3	Нужно умножить на
4	$\overline{22,26}$	$22 \le \varsigma_1 \le 26$	$\varsigma_1 - 17$	4	$(C_1/10)$
5	$\overline{27,30}$	$27 \le \varsigma_1 \le 30$	$\varsigma_1 - 21$	5	$\overset{*}{x}_1 = (C_1/10)\,[\overset{*}{x}_1]$
6	$\overline{31,33}$	$31 \le \varsigma_1 \le 33$	$\varsigma_1 - 24$	6	$\overset{*}{x}_2 = (C_1/10)\,[\overset{*}{x}_2]$
7	$\overline{34,35}$	$34 \le \varsigma_1 \le 35$	$\varsigma_1 - 26$	7	
8	36	$36 \le \varsigma_1 \le 36$	$\varsigma_1 - 27$	8	

В силу этого же неравенства $\overset{*}{x}_5 < \overset{*}{x}_4 < 0$ точки $(\overset{*}{x}_4, \overset{*}{x}_5)$ должны быть под биссектрисой ОВ, а в силу $\overset{*}{x}_5 > c_5$, где $c_5 = -\dfrac{a_5}{J - \bar{j}}$ – они должны быть в $\Delta\, OBC$. Разбивая его на клетки так же, как и выше, видим, что координаты $(\overset{*}{x}_4, \overset{*}{x}_5)$ точек пересечения могут быть представлены в положительных целочисленных переменных – той же матрицей C и табл. 1, только вместо координаты $\overset{*}{x}_1$ нужно поставить $\overset{*}{x}_4$, а вместо $\overset{*}{x}_2$ – координату $\overset{*}{x}_5$. Множитель (в п.2 – множитель $c/10$), на который должны быть умножены все целочисленные и положительные координаты ($[\overset{*}{x}_4]$, $[\overset{*}{x}_5]$) теперь будет в соответствии с (9), (10):

$$c_5 = -\frac{a_5}{J - \bar{j}}, \text{ где } a_5 = \frac{F_5}{F}, \tag{12}$$

а неравенство типа (11) – выглядеть как

$$0 > \overset{*}{x}_4 > \overset{*}{x}_5 > c_5. \tag{13}$$

Обобщенную координату ς, фигурировавшую в (2) под индексом ς_1 теперь будем обозначать ς_5. Следовательно, табл. 2, сходная с табл. 1, представим ниже.

Таблица 2

Дискретное множество переменных $\left([\overset{*}{x}_4],\ [\overset{*}{x}_5]\right)$

Ряд	Индекс (координата)	Границы	Целочисленные (положительные) координаты		Собственные координаты	
			$[\overset{*}{x}_5]$	$[\overset{*}{x}_4]$	$\overset{*}{x}_5(\varsigma_5)$	$\overset{*}{x}_4(\varsigma_5)$
1	$\overline{1,8}$	$1 \le \varsigma_5 \le 8$	$\varsigma_5 + 1$	1	$C_{5/10}(\varsigma_5 + 1)$	$C_{5/10} \cdot 1$
2	$\overline{9,15}$	$9 \le \varsigma_5 \le 15$	$\varsigma_5 - 6$	2	$C_{5/10}(\varsigma_5 - 6)$	$C_{5/10} \cdot 2$
3	$\overline{16,21}$	$16 \le \varsigma_5 \le 21$	$\varsigma_5 - 12$	3	$C_{5/10}(\varsigma_5 - 12)$	$C_{5/10} \cdot 3$
4	$\overline{22,26}$	$22 \le \varsigma_5 \le 26$	$\varsigma_5 - 17$	4	$C_{5/10}(\varsigma_5 - 17)$	$C_{5/10} \cdot 4$
5	$\overline{27,30}$	$27 \le \varsigma_5 \le 30$	$\varsigma_5 - 21$	5	$C_{5/10}(\varsigma_5 - 21)$	$C_{5/10} \cdot 5$
6	$\overline{31,33}$	$31 \le \varsigma_5 \le 33$	$\varsigma_5 - 24$	6	$C_{5/10}(\varsigma_5 - 24)$	$C_{5/10} \cdot 6$
7	$\overline{34,35}$	$34 \le \varsigma_5 \le 35$	$\varsigma_5 - 26$	7	$C_{5/10}(\varsigma_5 - 26)$	$C_{5/10} \cdot 7$
8	36	$36 \le \varsigma_5 \le 36$	$\varsigma_5 - 27$	8	$C_{5/10}(\varsigma_5 - 27)$	$C_{5/10} \cdot 8$

Итак, если

- заставить ς_1 пробежать все возможные для нее значения $\varsigma_1 = \overline{1,36}$;
- аналогично: ς_5 пробежать те же значения $\varsigma_5 = \overline{1,36}$;
- образовать множество пар ($\varsigma_1 \varsigma_5$) / например по схеме:

(1,1), (1,2), …, (1,36); (2,1), (2,2), …, (2,36); …, (36,1), (36,2), …, (36,36),

то по таблицам 1 и 2 получим все возможные комбинации ($\overset{*}{x}_1, \overset{*}{x}_2; \overset{*}{x}_4, \overset{*}{x}_5$). Легко видеть, что их будет 36^2=1296 $\approx$ 1300.

В силу неравенства (8) для каждой комбинации m:

$$\varsigma^m = (\varsigma_1^m, \varsigma_5^m) \tag{14}$$

переменная $\overset{*}{x}_3$ должна удовлетворять неравенству:

$$\overset{*}{x}{}_4^m < \overset{*}{x}_3 < \overset{*}{x}{}_2^m\ . \tag{15}$$

Учитывая отмеченную выше сравнительно слабую вариабельность переменной $\overset{*}{x}_3$, примем

$$\overset{*}{x}{}_3^{mn} = \overset{*}{x}{}_4^m + \frac{n}{6}\left(\overset{*}{x}{}_2^m - \overset{*}{x}{}_4^m\right),\ n=\overline{1,5}\,. \tag{16}$$

То есть каждый выбор переменных $\overset{*}{x}{}^{m} = \left(\overset{*}{x}{}_1^m, \overset{*}{x}{}_2^m, \overset{*}{x}{}_4^m, \overset{*}{x}{}_5^m\right)$, соответствующий комбинации (m) обобщенных координат ($\varsigma_1^m, \varsigma_5^m$), дивергируем в 5 полных наборов координат (где $\overset{*}{x}{}^{mn}$ определено (16))

$$\overset{*}{x}{}^{mn} = \left(\overset{*}{x}{}_1^m, \overset{*}{x}{}_2^m, \overset{*}{x}{}_3^m, \overset{*}{x}{}_4^m, \overset{*}{x}{}_5^m\right). \qquad (17)$$

Итак, общее число полных наборов координат $\overset{*}{x}{}^{mn}$ будет

$$M_n = M \times n = 36^2 \cdot 5 \approx 6500, \qquad (18)$$

где M – число комбинаций m ($\varsigma_1^m, \varsigma_5^m$), равное, как мы видели, 36^2.

Оптимизация (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) теперь сводится к прямому перебору $\overset{*}{x}{}^{mn}$ по $m = 36^2$ и $n = 5$ с вычислением в каждой точке $\overset{*}{x}{}^{mn} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ показателя качества аппроксимации – функционала

$$\varphi^{mn} = \sum_j (F_j^{mn} - F_j)^2 + \sum_j (N_j^{mn} - N_j)^2, \qquad (19)$$

где $$F_j^{mn} = \left[\sum_j \bar{F}_k + (j - \bar{j})\bar{F}\sum_k x_k^{mn}\right] = \left[1 + (j - \bar{j})\sum_k x_k^{mn}\right]\bar{F},$$

$$N_j^{mn} = \left[\sum_k f_k \bar{F}_k + (j - \bar{j})\bar{F}\sum_k f_k x_k^{mn}\right] = \left[\sum_k f_k a_k + (j - \bar{j})\sum_k f_k x_k^{mn}\right] \qquad (20)$$

или $$F_j^{mn} = \frac{F}{J}\left[1 + (j - \bar{j})\sum_k x_k^{mn}\right],$$

$$N_j^{mn} = \frac{F}{J}\left[\sum_k f_k a_k + (j - \bar{j})\sum_k f_k x_k^{mn}\right]. \qquad (21)$$

Оптимум будет достигаться в точке ($\overset{0}{m}\overset{0}{n}$):

$$\overset{0}{x}{}^{\overset{0}{m}\overset{0}{n}} : \overset{0}{\varphi}{}^{\overset{0}{m}\overset{0}{n}} = \min_{m,n} \varphi^{mn} \qquad (22)$$

Приложение 2. Алгоритм построения сбалансированного варианта демо-экономической структуры населения $\|F_{kj}\| \& \|N_{kj}\|$

<u>Начальное приближение</u>:

$$\|F_{kj}\| \& \|N_{kj}\|, \qquad (1)$$

откуда коэффициенты семейности групп семей (k_j), т.е. k – семей в населении j дециля f_{kj}

$$\overset{0}{f}_{kj} = \frac{\overset{0}{N}_{kj}}{\overset{0}{F}_{kj}} = \begin{cases} k, \ \forall k = \overline{1,4}, \ \forall j; \\ \overset{0}{f}_{5j} = \dfrac{\overset{0}{N}_{5j}}{\overset{0}{F}_{5j}}, \ k = 5, \ \forall j. \end{cases}$$

<u>Балансировка матриц</u>. Пусть дано начальное приближение $\overset{0}{X}_{ij}$ для некоторой матрицы $\left\| X_{ij} \right\|$, которое не удовлетворяет *требованиям сбалансированности*:

$$\sum_j \overset{0}{X}_{ij} \neq X_j, \ \forall j; \ \sum_j \overset{0}{X}_{ij} \neq X_i, \ \forall i \tag{2}$$

Тогда существует *метод балансировки* матрицы, состоящий в следующей итеративной процедуре.

<u>1 итерация</u>:

а) балансировка по строкам

$$\alpha_i^{(1)} = \frac{X_i}{\sum_j \overset{0}{X}_{ij}}; \ X_{ij}^{(1a)} = \alpha_i^{(1)} \overset{0}{X}_{ij}, \ \left(\sum_j X_{ij}^{(1a)} = X_i \right);$$

б) балансировка по столбцам

$$\beta_j^{(1)} = \frac{X_j}{\sum_i X_{ij}^{(1a)}}; \ X_{ij}^{(1b)} = \beta_j^{(1)} X_{ij}^{(1a)}, \ \left(\sum_i X_{ij}^{(1b)} = X_j \right).$$

<u>2 итерация</u>:

а) строки

$$\alpha_i^{(2)} = \frac{X_i}{\sum_j X_{ij}^{(1b)}}; \ X_{ij}^{(2a)} = \alpha_i^{(2)} X_{ij}^{(1b)}, \ \left(\sum_j X_{ij}^{(2a)} = X_i \right);$$

б) столбцы

$$\beta_j^{(2)} = \frac{X_j}{\sum_i X_{ij}^{(2a)}}; \ X_{ij}^{(2b)} = \beta_j^{(2)} X_{ij}^{(2a)}, \ \left(\sum_j X_{ij}^{(2b)} = X_j \right).$$

… … …

<u>*n* итерация</u>:

а) строки

$$\alpha_i^{(n)} = \frac{X_i}{\sum_j X_{ij}^{(n-1)b}}; \ X_{ij}^{(na)} = \alpha_i^{(n)} X_{ij}^{(n-1)b};$$

б) столбцы

$$\beta_j^{(n)} = \frac{X_j}{\sum_i X_{ij}^{(na)}}; \ X_{ij}^{(nb)} = \beta_j^{(n)} X_{ij}^{(na)}.$$

Эту процедуру хорошо бы запрограммировать так, чтобы можно было пользоваться ею в разных случаях.

Критерий остановки процесса: $\Delta_i^{(n)} \le 0{,}1\%$, $\Delta_j^{(n)} \le 0{,}1\%$, где $\Delta_i^{(n)} = \left|\sum_j X_{ij}^{(nb)} - X_i\right|$, $\Delta_j^{(n)} = \left|\sum_i X_{ij}^{(nb)} - X_j\right|$ (можно искать компромисс между точностью и временем).

Возвращаемся к нашей задаче. Ее особенность – связка двух матриц $\left\|F_{kj}\right\|$ и $\left\|N_{kj}\right\|$. Поэтому итеративный процесс будет включать в себя следующие элементы.

A. Балансировка $\left\|F_{kj}\right\| : \left\|\overset{0}{F}_{kj}\right\| \to \left\|F_{kj}^{\text{Б}}\right\|$.

B. Переход от сбалансированной матрицы $\left\|F_{kj}^{\text{Б}}\right\|$ к «соответствующей» $\left\|N_{kj}\right\|$.

C. Балансировка $\left\|N_{kj}\right\| : \left\|N_{kj}\right\| \to \left\|N_{kj}^{\text{Б}}\right\|$.

D. Переход от сбалансированной матрицы $\left\|N_{kj}^{\text{Б}}\right\|$ к «соответствующей» $\left\|F_{kj}\right\|$.

После этого процесс возобновляется с заменой $\left\|\overset{0}{F}_{kj}\right\|$ на $\left\|F_{kj}\right\|$, полученную в процессе D описанной итерации.

Процессы балансировки A и C осуществляются как описано выше.

<u>Переход от $\left\|F_{kj}^{\text{Б}}\right\|$ к $\left\|N_{kj}\right\|$</u>. Он был бы автоматическим: $N_{kj} = f_{kj}F_{kj}^{\text{Б}}$, если бы f_{kj} были константами. В действительности $f_{kj} = k,\ \forall k = \overline{1,4}$; для старших же семей f_{5j} заранее неизвестен и нужно корректировать его в ходе итерационного процесса. Будем определять N_{5j} таким образом, чтобы в матрице $\left\|N_{kj}\right\|$ балансы по столбцам выполнялись: $N_j = N_{5j} + \sum_{k=1}^{4} N_{kj}$, откуда с учетом $N_{kj} = kF_{kj},\ k = 1,\ N_{5j} = N_j - \sum_{k=1}^{4} kF_{kj}^{\text{Б}}$.

Тогда f_{5j} становится известен: $f_{5j} = \dfrac{N_{5j}}{F_{5j}^{\text{Б}}}$, и по соотношению $N_{kj} = f_{kj}F_{kj}^{\text{Б}}$ вся матрица $\left\|N_{kj}\right\|$, соответствующая $\left\|F_{kj}^{\text{Б}}\right\|$, определяется.

Переход от $\left\|N_{kj}^{\text{Б}}\right\|$ к $\left\|F'_{kj}\right\|$.

При обратном переходе от $\left\|N_{kj}^{\text{Б}}\right\|$ к $\left\|F'_{kj}\right\|$ так же потребуем, чтобы в матрице $\left\|F'_{kj}\right\|$, «соответствующей» $\left\|N_{kj}^{\text{Б}}\right\|$, выполнялись балансы по столбцам: $F_j = F_{5j} + \sum_{k=1}^{4} F_{kj}$, что с учетом $F_{kj} = \dfrac{N_{kj}}{k},\ k = \overline{1,4},\ \forall j$ определяет F_{5j}: $F'_{5j} = F_j - \sum_{k=1}^{4} \dfrac{N_{kj}}{k}$. Таким образом, скорректированный коэффициент семейности больших семей (k = 5) должен быть принят равным: $f_{5j} = \dfrac{N_{kj}^{\text{Б}}}{F'_{5j}}$ и вся «соответствующая» матрица $\left\| F'_{5j} \right\|$ определяется: $F'_{kj} = \dfrac{N_{kj}^{\text{Б}}}{f_{kj}}$, где $f_{kj} = k,\ k = \overline{1,4},\ \forall j$. Критерий сходимости процесса может быть принят в виде: $\Delta_F^{(n)} \le 0{,}1\%$, $\Delta_N^{(n)} \le 0{,}1\%$, где $\Delta_F^{(n)} = \max\limits_j \left| F_j - \sum\limits_k F_{kj}{}^{(n)} \right|, \Delta_N^{(n)} = \max\limits_j \left| N_j - \sum\limits_k N_{kj}{}^{(n)} \right|$.

Препринт # WP/2018/327

Е.Ю. Фаерман Н.А. Тарасова,
И.А. Васильева, К.А.Фонтана

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИНАНСИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНОЙ СФЕРЫ РФ И АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНОЙ ПОЛИТИКИ

Часть 4. Оценивание эффективности сценариев социальной политики

Подписано в печать 29.05.2018 г.
Формат 60×90/16. Печ. л. 5,1. Тираж 40 экз. Заказ № 19.
ФГБУН Центральный экономико-математический институт РАН
117418, Москва, Нахимовский пр-т, 47
Тел. 8 (499) 724-21-39
E-mail: ecr@cemi.rssi.ru
http://www.cemi.rssi.ru/

ISBN 978-5-8211-0761-9